

Вопросы к экзамену по курсу “Основы вычислимости и теории сложности”, 2014 год

1. Разрешимые множества, определения перечислимого множества. Теорема Поста. Перечислимые множества как проекции разрешимых.
2. Вычислимые функции и перечислимость. Вычислимость функции и перечислимость ее графика. Универсальная функция. Вычислимая функция, которую нельзя доопределить до всюду определенной. Еще один способ получить перечислимое, но неразрешимое множество.
3. m -сведения, другие неразрешимость проблемы остановки, неразрешимость проблемы остановки на данном входе.
4. Пример вычислимой последовательности рациональных чисел, предел которой нельзя вычислительно приблизить с заданной точностью (последовательность Шпеккера). Главные универсальные функции, существование.
5. Теорема Успенского-Райса.
6. Продолжение вычислимых функций по отношению \equiv . Теорема Клини о неподвижной точке.
7. Программа, печатающая свой текст. Вывод теоремы Успенского-Райса из теоремы Клини.
8. Доказательство теоремы Клини для специального языка программирования. Теорема Клини для произвольной главной нумерации.
9. Машины Тьюринга. Неразрешимость одностороннего и двустороннего ассоциативного исчисления.
10. Предикатные арифметические формулы, простейшие примеры.
11. β -функция Геделя и кодирование конечных последовательностей. Выразимость предиката «быть степенью шестерки»
12. Арифметичность перечислимых множеств.
13. Арифметическая иерархия и ее простейшие свойства. Универсальные множества в арифметической иерархии.
14. Строгость арифметической иерархии. Теоремы Тарского и Геделя. Системы доказательств и перечислимые множества.
15. Класс P , недетерминированные машины Тьюринга. Определения класса NP . Примеры. Сведения по Карпу. Понятие полноты. Полнота задачи об ограниченной остановке.
16. NP -полнота задача Circuit-SAT, SAT, 3-SAT и задачи о независимом множестве.
17. NP -задачи поиска. Сведения по Куку. Сведение задач поиска к задачам распознавания.
18. Оптимальный алгоритм Левина для NP -задач поиска.
19. Теоремы об иерархии по времени для детерминированных и недетерминированных вычислений.
20. Класс $PSPACE$, включение $NP \subseteq PSPACE$, полнота TQBF в классе $PSPACE$.
21. Полиномиальная иерархия. Простейшие свойства, полные задачи в Σ_i^P и в Π_i^P .
22. Оракульное определение полиномиальной иерархии.
23. Булевы схемы. Вычисления с подсказкой. Класс $P/poly$. Включение P в $P/poly$. Существование функций большой схемной сложности.

- 24.** Теорема Карпа-Липтона. Языки большой схемной сложности в полиномиальной иерархии (теорема Каннана).
- 25.** Вероятностная машина Тьюринга. Классы BPP и RP. Лемма Шварца-Зипшеля и вероятностный тест равенства двух многочленов. Понижение ошибки в классе BPP, BPP содержится в P/poly.
- 26.** BPP содержится в $\Sigma_2^P \cap \Pi_2^P$.
- 27.** Интерактивные протоколы. Примеры: интерактивный протокол для неизоморфизма графов. Теорема Шамира (доказательство $IP \subseteq PSPACE$).
- 28.** Теорема Шамира (доказательство $PSPACE \subseteq IP$) и ее следствия.
- 29.** Приближенные алгоритмы для задачи MAX3SAT и минимальном вершинном покрытии. Вероятностно проверяемые доказательства. $GNI \in PCP(poly(n), 1)$.
- 30.** Эквивалентные формулировки PСP-теоремы. NP-трудность приближения MAX-3-SAT.
- 31.** Универсальное семейство попарно независимых хеш-функций. Конструкция. Лемма Вэлианта-Вазирани.
- 32.** Вычисления с ограничением по времени и по памяти. Нижняя оценка для SAT.

Правила экзамена.

За экзамен можно заработать до 50 баллов, итоговая оценка за курс получается суммированием числа баллов за практику (до 80) и числа баллов за экзамен (до 50). При необходимости оценка может быть сконвертирована в общепринятую: 100 баллов на оценку «отлично», 80 баллов на оценку «хорошо», 50 баллов на оценку «удовлетворительно».

Экзамен состоит из трех частей: теста и двух теоретических вопросов. Тест состоит из 5 простых вопросов на знание и понимание утверждений и определений из курса. Если вы отвечаете правильно на k вопросов из теста, то зарабатываете $\lfloor 2^{k-1} \rfloor$ баллов. Во время теста ничем пользоваться нельзя. На теоретические вопросы следует ответить полностью с доказательствами (кроме тех утверждений, которые в курсе доказаны не были). За полностью отвеченный теоретический вопрос можно получить 17 баллов, штраф за неотвеченный вопрос 4 балла. Вы сами можете выбирать, сколько вопросов хотите отвечать. Например, если вы выбираете два вопроса, но можете ответить только на один из них, то получаете 13 баллов, а если отвечаете на оба, то получите 34 балла. А если вы выберете только один вопрос и ответите на него, то получите 17 баллов. При подготовке к ответу на теоретический вопрос можно пользоваться любыми своими рукописными материалами, но нельзя пользоваться электронными устройствами и распечатками (в том числе нельзя пользоваться электронным конспектом курса).

Желающим сдавать экзамен следует как минимум за 24 часа до экзамена записаться по ссылке:

<https://docs.google.com/forms/d/1K0nx3wokGyCa7kM4RsPeUFre02U0BUu376fgKxJUr80/viewform>