

Задание 3 (на 26.09).

CS 13. Постройте одноленточную машину Тьюринга, которая:

1. получает на вход число n в двоичном виде и возвращает число $n + 1$;
2. получает на вход слово x и возвращает слово xx (слово x написано два раза).

CS 14. Пусть $L_1, L_2 \in \text{NP}$. Принадлежит ли объединение этих языков NP , а пересечение?

CS 15. Пусть $P = \text{NP}$, докажите, что $\text{NP} = \text{coNP}$, где coNP состоит из языков, дополнение которых лежит в NP .

CS 16. Докажите, что если $P = \text{NP}$, то существует алгоритм, который за полиномиальное время находит выполняющий набор пропозициональной формулы, либо говорит, что набора нет. Обратите внимание, что тривиально из равенства $P = \text{NP}$ следует, что есть алгоритм, который просто проверяет, выполнима ли формула.

CS 17. Пусть LINEQ — язык выполнимых систем рациональных линейных уравнений. LINEQ состоит из пар (A, b) , где A — матрица $m \times n$, а b — такой рациональный вектор размерности m , что система $Ax = b$ имеет решения. Докажите, что язык LINEQ лежит в классе NP . Обратите внимание, что рациональные числа могут иметь длинную запись.

CS 18. Рассмотрим язык Exactly-One-3SAT , который состоит из таких булевых формул в 3-КНФ, что существует такой выполняющий набор, что в каждом дизъюнкте выполнен ровно один литерал. Докажите, что язык Exactly-One-3SAT является NP -полным.

CS 9. Приведите пример неразрешимого множества $A \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, такого, что все его горизонтальные и вертикальные сечения разрешимы (т.е. для любого x разрешимы $A \cap \{\{x\} \times \mathbb{N}\}$ и $A \cap \{\mathbb{N} \times \{x\}\}$)

CS 10. Пусть X, Y — перечислимые множества. Докажите, что всегда найдутся такие перечислимые $X' \subseteq X, Y' \subseteq Y$, что $X' \cup Y' = X \cup Y$ и $X' \cap Y' = \emptyset$.

CS 12. Рассмотрим пары (S, k) , где S — множество точек на плоскости, $k \in \mathbb{N}$, что выпуклая оболочка множества S состоит из не более k точек. Предъявите доказательство того, что выпуклая оболочка множества S состоит из не более k точек, которое можно проверить за $O(|S|)$.