

Computer Science Center
Основы дискретной математики
Домашнее задание №4
(до 28 октября)

25 октября 2013 г.

1. [2] Пусть F — набор подмножеств n -элементного множества, удовлетворяющий следующим свойствам:

(a) $\forall A \in F : |A| \equiv 1 \pmod{2}$.

(b) $\forall A, B \in F : A \neq B \Rightarrow |A \cap B| \equiv 0 \pmod{2}$.

Доказать, что $|F| \leq n$.

2. [2] В чёрном ящике лежит две битовых строки A и B длины r^2 . Наша задача — установить, равны они или нет. Для этого можно выполнять запросы следующего вида. Для каждого $i \in [r^2]$ мы решаем, хотим мы узнать i -й бит в строке A или в строке B . В ответ нам возвращается строка C длины r^2 , в которой на i -й позиции стоит i -й бит одной из строк A и B , согласно нашему запросу.

После каждого запроса мы можем проанализировать полученную строку C и записать какую-то информацию в *неперезаписываемую* память. Затем мы можем перейти к новому запросу; при этом строка C исчезает и никакой информации о строках A и B кроме той, которая была ранее сохранена в неперезаписываемой памяти, мы в начале нового запроса не имеем.

Как проверить равенство строк A и B , используя $r + 1$ запрос и r бит неперезаписываемой памяти?

3. [3] Решите предыдущую задачу с использованием $O(\log^2(r))$ неперезаписываемой памяти и $O(\log(r))$ запросов.