

Computer Science Center  
Основы дискретной математики  
Контрольная работа по комбинаторике

28 октября 2013 г.

1. [2] Сколько существует перестановок, имеющих ровно десять циклов, из которых три цикла имеют длину три, а семь — длину семь?
2. [4] Что больше —  $n!$  или число Белла  $B_n$ ? Считайте, что  $n > 2$ . Приветствуется комбинаторное решение. Напоминание: число Белла — количество способов разбить множество на непустые блоки.
3. [3] Пусть  $F_n$  есть количество разбиений множества на блоки размера больше единицы. Докажите, что  $B_n = F_n + F_{n+1}$ .
4. [3] Сколько существует  $n$ -арных булевых функций, существенно зависящих от каждого из своих аргументов? Говорят, что булева функция  $f(a_1, \dots, a_n)$  существенно зависит от своего  $i$ -го аргумента, если найдётся такой набор величин  $b_j \in \{0, 1\}$ , что:

$$f(b_1, \dots, b_{i-1}, 0, b_{i+1}, \dots, b_n) \neq f(b_1, \dots, b_{i-1}, 1, b_{i+1}, \dots, b_n).$$

5. [4] Восемь студентов выбирают себе спецкурсы на семестр из списка, состоящего из четырех спецкурсов. Сколькими способами студенты могут записаться на эти спецкурсы так, чтобы на каждом спецкурсе был хотя бы один студент и при этом у каждого студента был бы хотя бы один спецкурс?
6. [4]  $n$ -угольник, вершины которого пронумерованы числами от 1 до  $n$  по часовой стрелке, пересекают непересекающимися хордами, соединяющими пары несмежных вершин. Составьте рекуррентное соотношение для количества таких рассечений.