

Computer Science Center
Основы дискретной математики
Контрольная работа

3 декабря 2013 г.

1. [1] Пусть $I(n, k)$ есть количество n -перестановок, имеющих ровно k инверсий. Докажите, что $I(n, k) = I(n, C_n^2 - k)$.
2. [3] Сколько существует $2m$ -перестановок, состоящих только из циклов чётной длины?
3. [1] Сколько чисел из $[1000]$ не являются ни точными квадратами, ни точными кубами?
4. [4] Докажите, что $p(n)$, число неупорядоченных разбиений на слагаемые, растёт быстрее любого полинома. Не используйте асимптотическую формулу Харди-Рамануджана, которую вы узнали на лекции.
5. [3] Докажите, что ни один связный двудольный регулярный граф не имеет точки сочленения.
6. [4] Имеется колода из nm карт, по одной карте для каждого значения масти из $[m]$ и для каждого значения достоинства из $[n]$. Карты разложены в таблицу с n строками и m столбцами, по одной карте в каждой ячейке. Докажите, что можно найти m карт, которые имеют разные масти и лежат в разных столбцах.
7. [2] Докажите, что в каждом сильно связном турнире на $n > 4$ вершинах есть как минимум две вершины, при удалении которых сильная связность не теряется.
8. [2] Вычислите хроматический полином для графа, состоящего из двух циклов длины 4, пересекающихся по единственной вершине.