

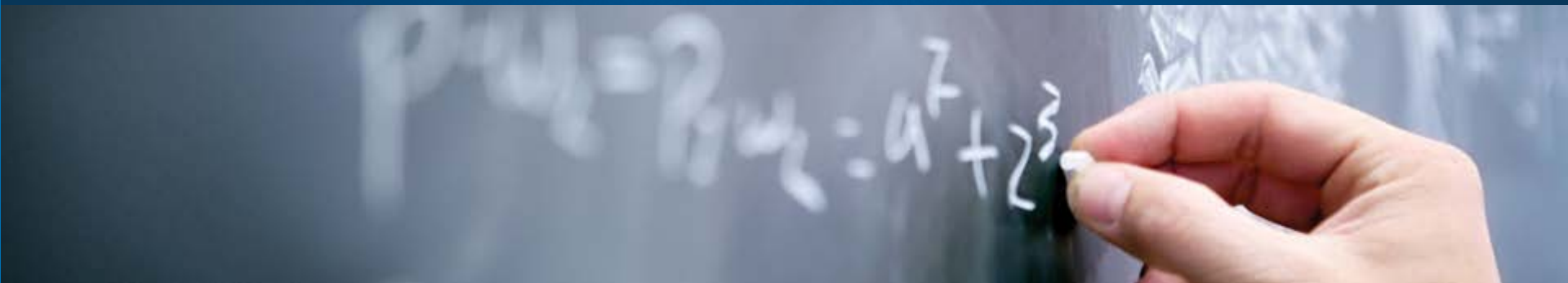
Анализ изображений и видео

Лекция 2: Основы пространственной и частотной обработки изображений

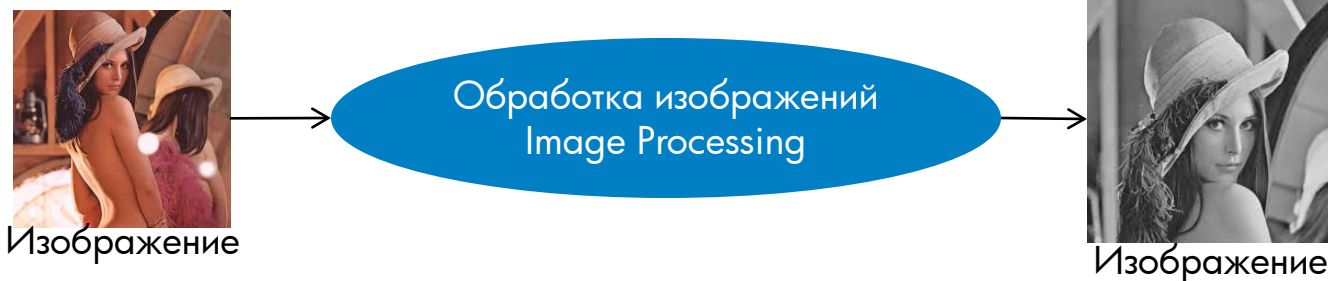
Наталья Васильева

nvassilieva@hp.com

HP Labs Russia

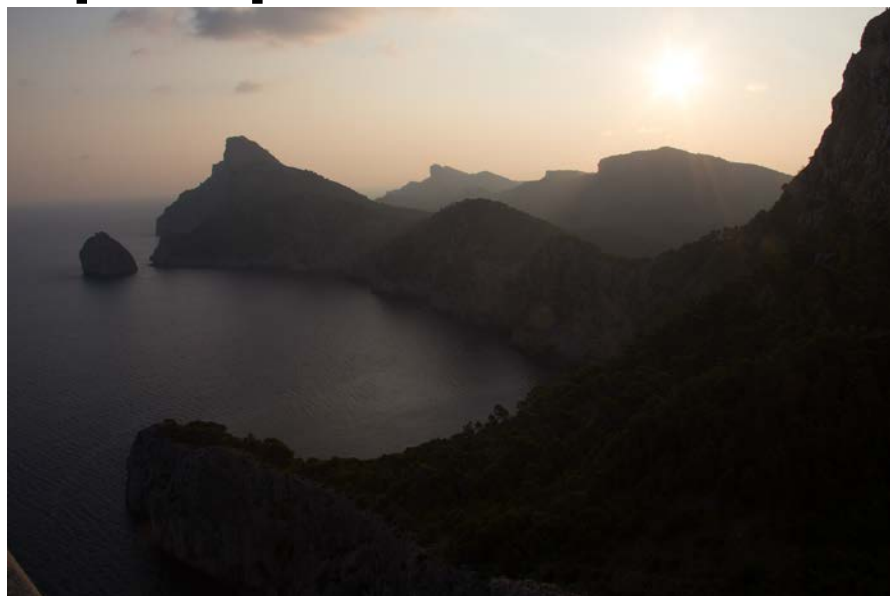


Обработка изображений

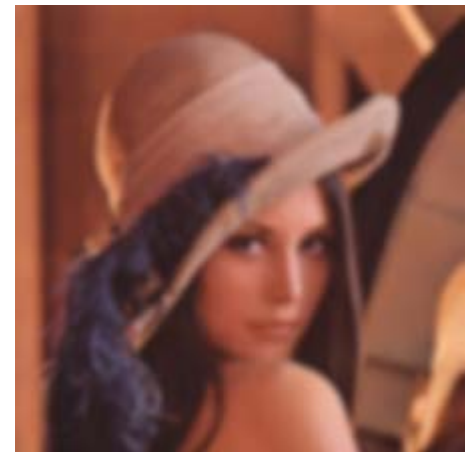


- На входе и выходе – изображения
- **Результат** обработки «лучше» оригинала с точки зрения конкретного применения
 - Лучше с эстетической точки зрения
 - Лучше для последующего анализа

Примеры



Примеры



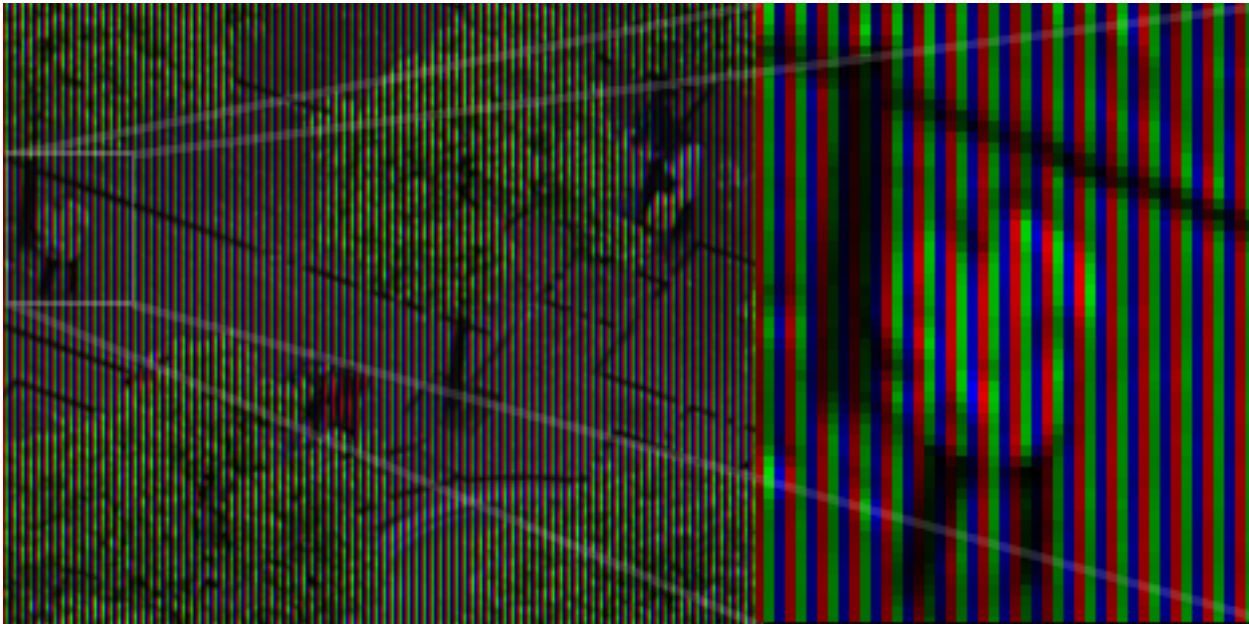
План лекции

- Пространственная область
- Частотная область, преобразование Фурье
- Обработка в пространственной области
- Обработка в частотной области



Представление цифровых изображений (ресар)

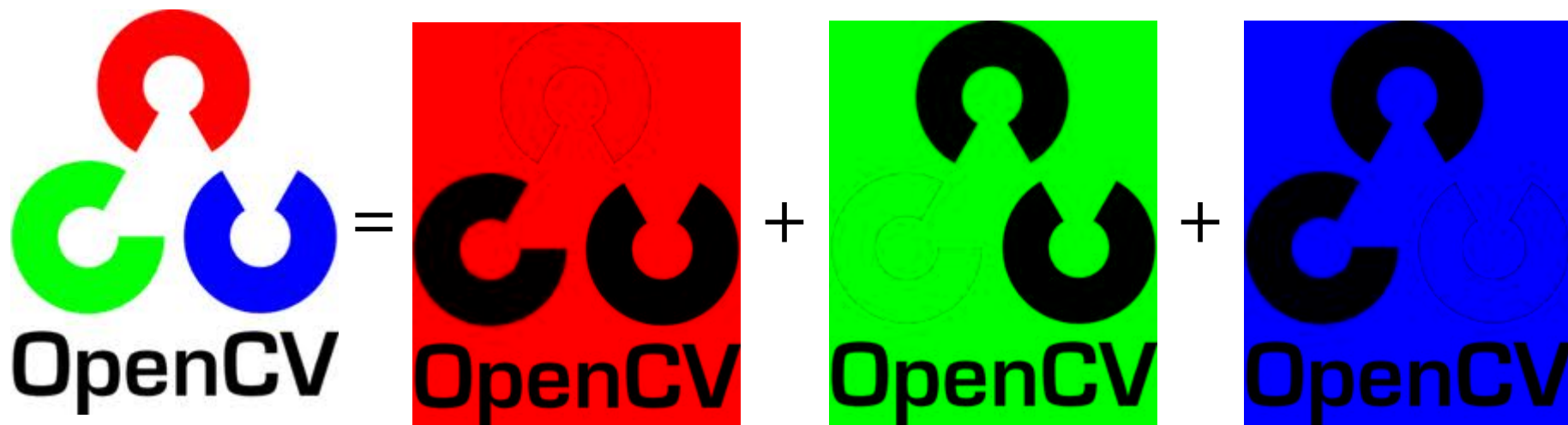
Цветное растровое изображение:



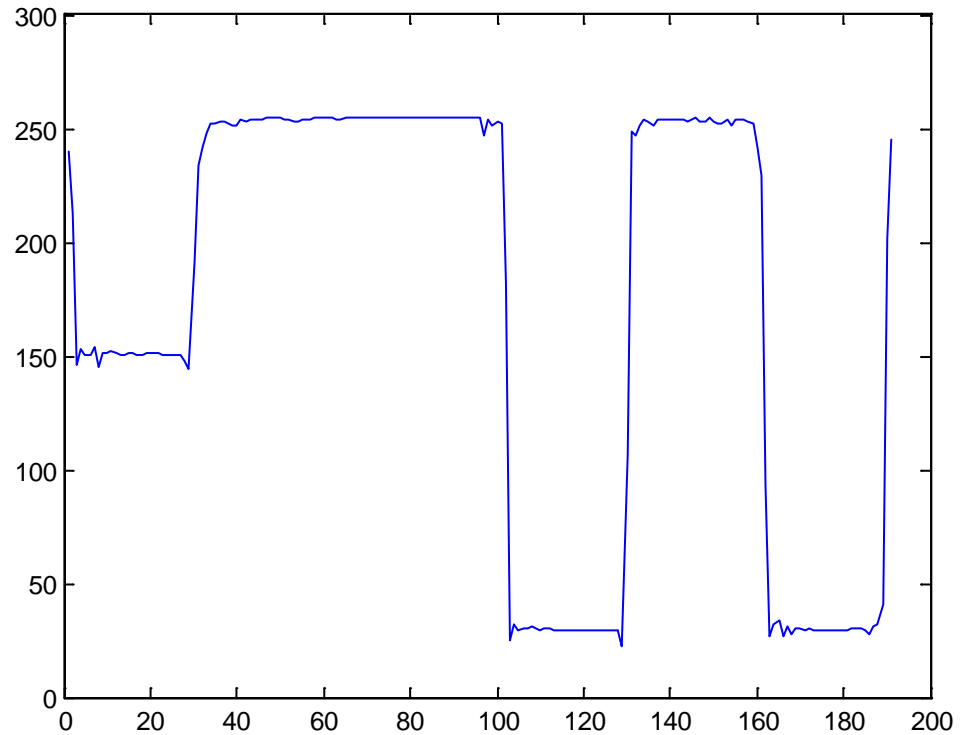
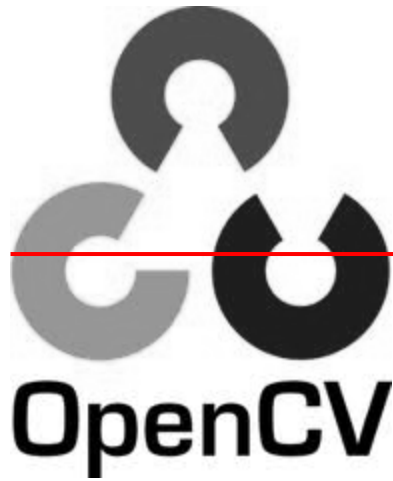
$$f(x, y) = \begin{pmatrix} r_{0,0}, g_{0,0}, b_{0,0} & r_{0,1}, g_{0,1}, b_{0,1} & \dots & r_{0,N-1}, g_{0,N-1}, b_{0,N-1} \\ r_{1,0}, g_{1,0}, b_{1,0} & r_{1,1}, g_{1,1}, b_{1,1} & \dots & r_{1,N-1}, g_{1,N-1}, b_{1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{M-1,0}, g_{M-1,0}, b_{M-1,0} & r_{M-1,1}, g_{M-1,1}, b_{M-1,1} & \dots & r_{M-1,N-1}, g_{M-1,N-1}, b_{M-1,N-1} \end{pmatrix}$$

Пространственная область

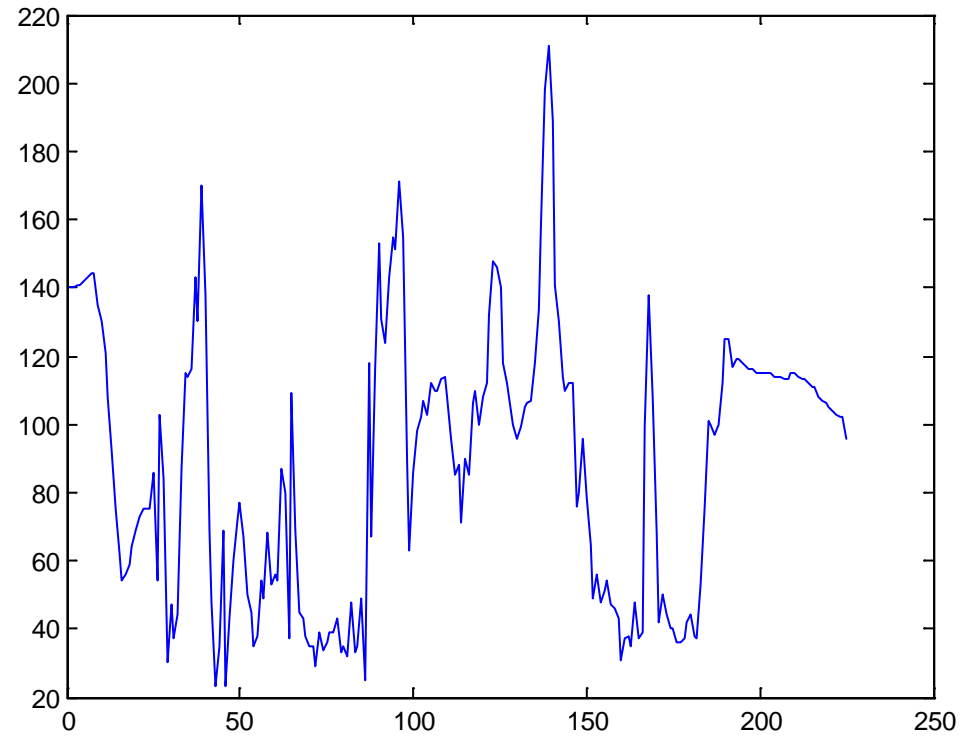
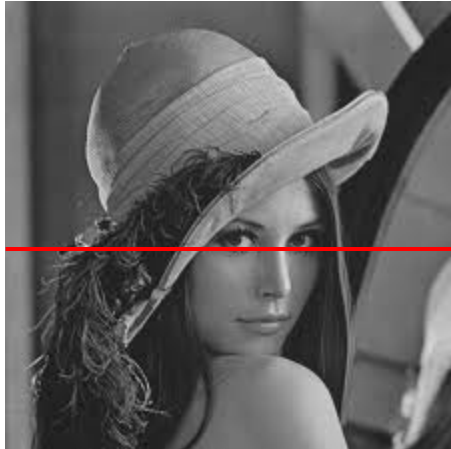
$f(x, y)$



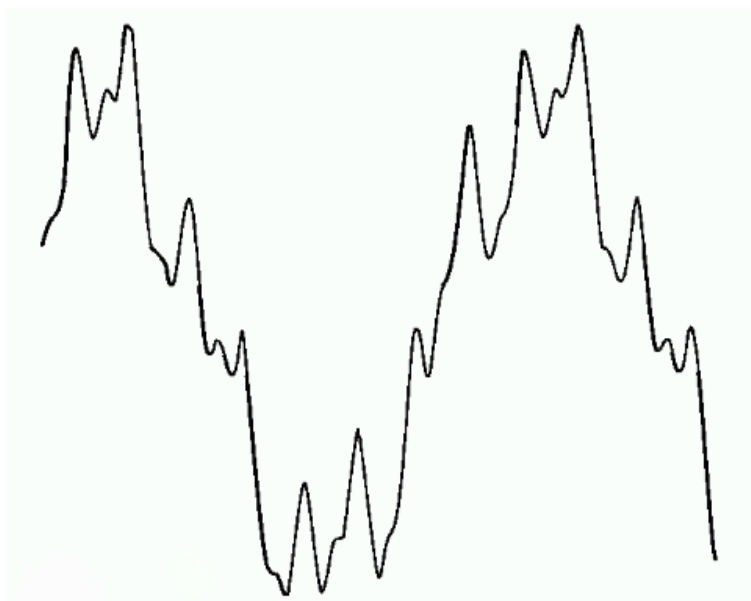
Представим «одномерную картинку»



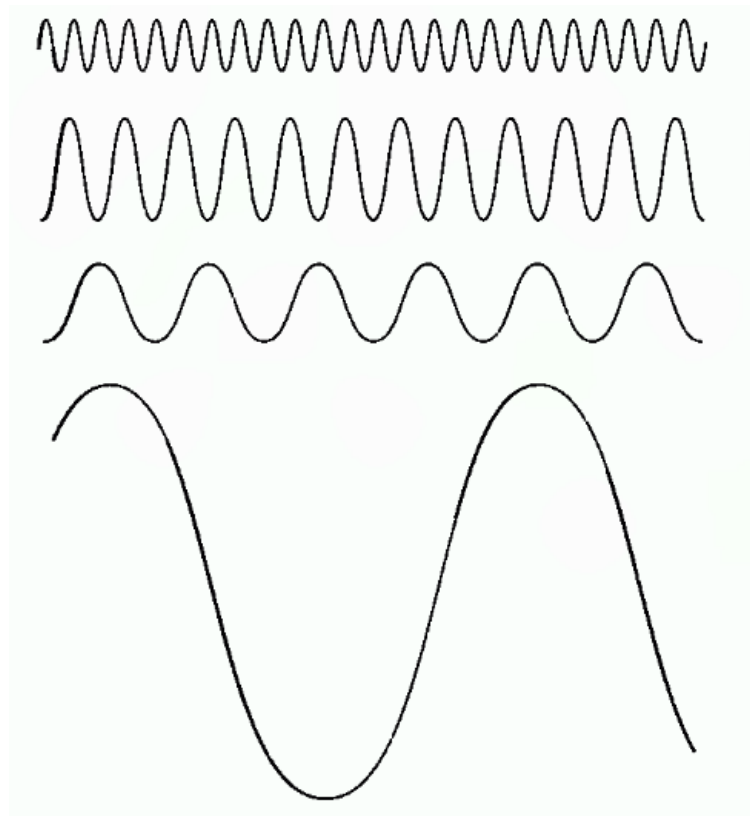
1-D изображение



Частотное представление – основная идея



= Σ

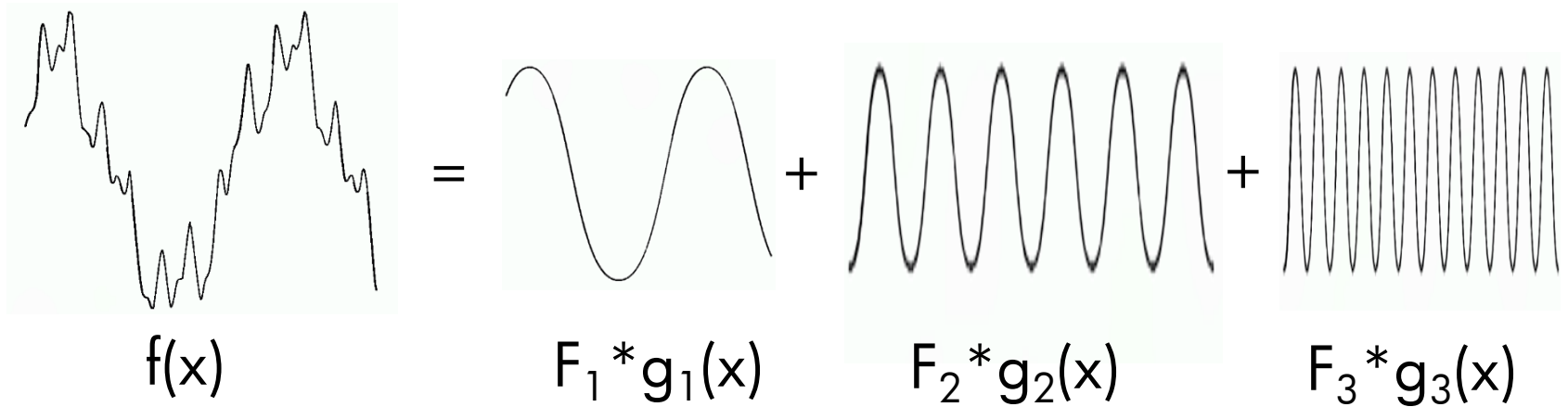


Преобразование Фурье для изображений – основная идея

- Любое изображение может быть представлено, как сумма синусов и косинусов различной амплитуды и частоты
- Частоты слагаемых характеризуют изображение:
 - Яркость «сильно скачет» на небольших участках изображения – будут преобладать слагаемые с высокими частотами
 - Яркость плавно изменяется – будут преобладать низкие частоты



Преобразование Фурье



- Преобразование исходного представления изображения, как функции $f(x)$, в частотное представление – набор F_i
- Преобразование обратимо

Преобразование Фурье

Прямое преобразование Фурье непрерывной функции одной переменной $f(x)$:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx$$

Обратное преобразование Фурье:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{i2\pi ux} du$$

$g(x, u)$



Двумерный случай

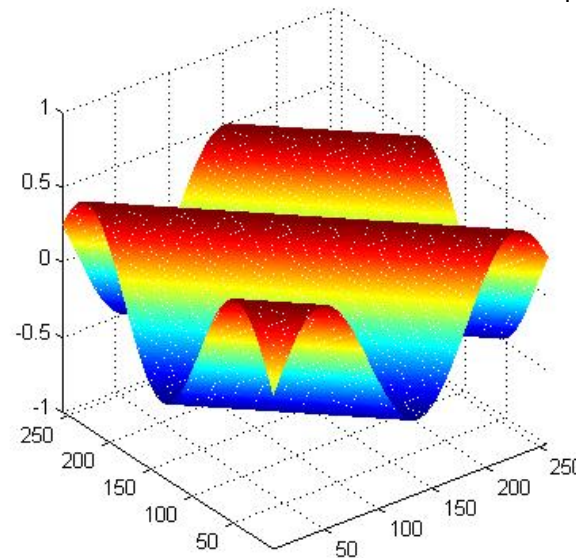
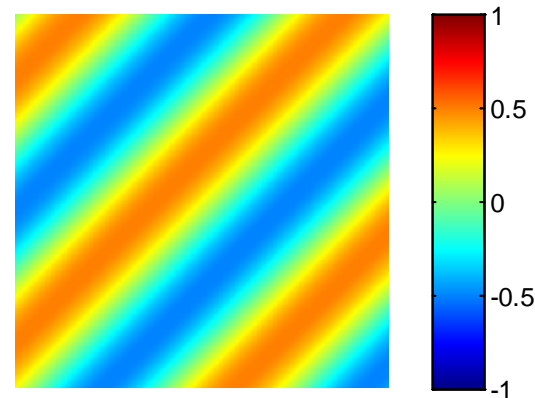
Базисные функции: $g(x, y, u, v)$

Прямое преобразование

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

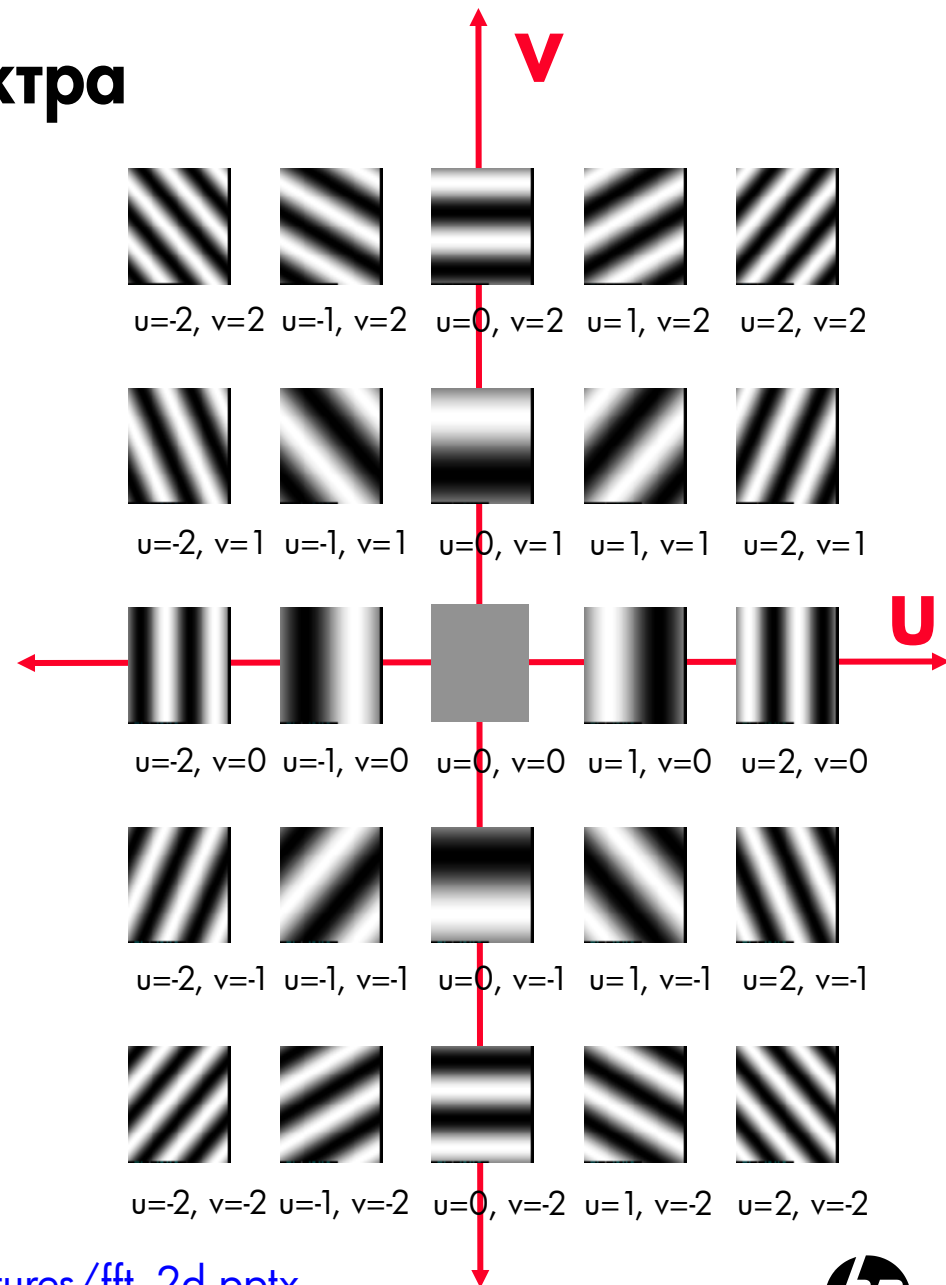
Обратное преобразование:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} du dv$$



Визуализация Фурье-спектра

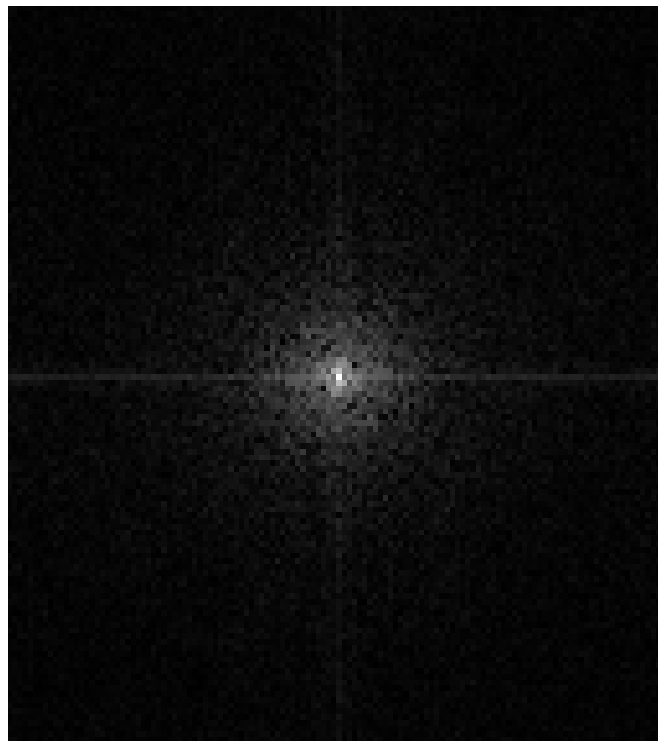
- Фурье-спектр: набор всех $|F(u,v)|$
- Визуализация спектра – чем выше значение $F(u,v)$, тем «светлее» точка с координатами (u,v)
- Светлый центр спектра – исходное изображение содержит в основном однородные области, без перепадов яркости
- Светлая периферия спектра – изображение содержит много локальных перепадов яркости



Визуализация Фурье-спектра

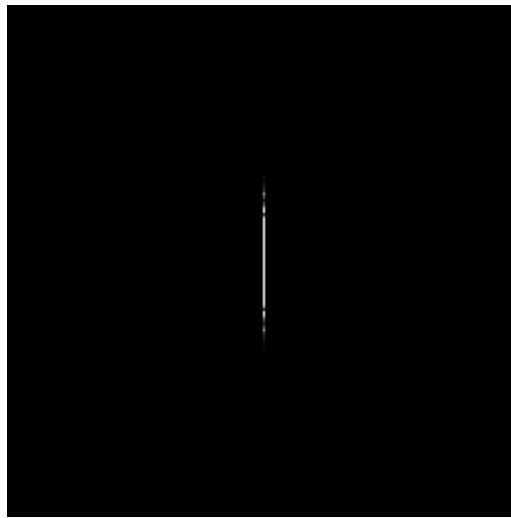
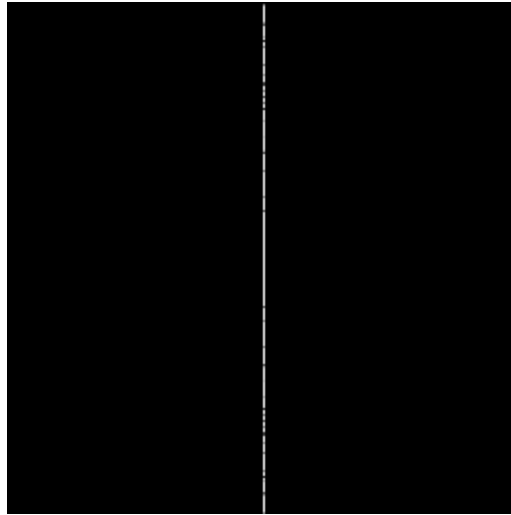
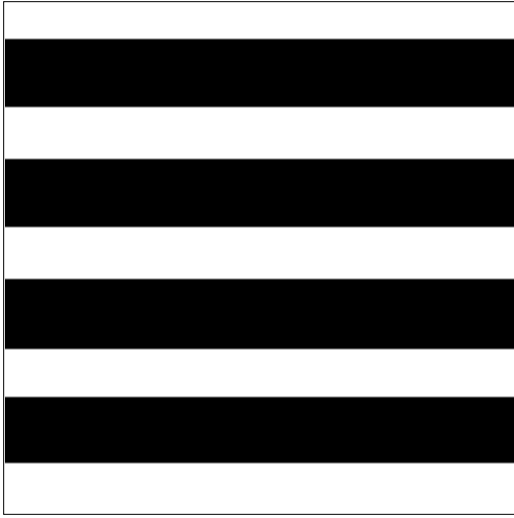


$f(x,y)$

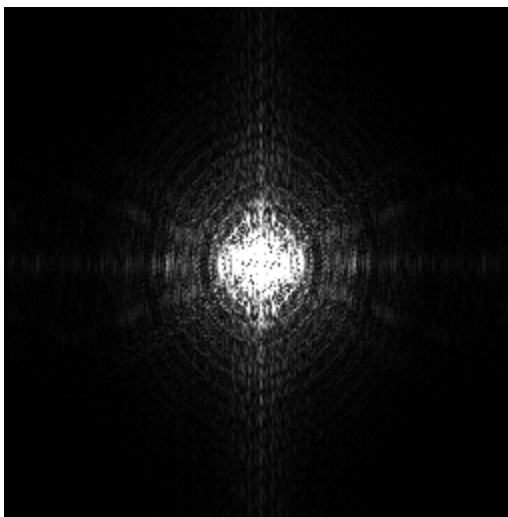
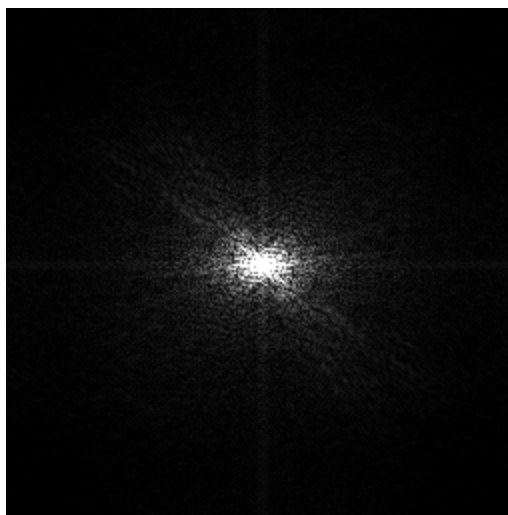


$F(u,v)$

Примеры

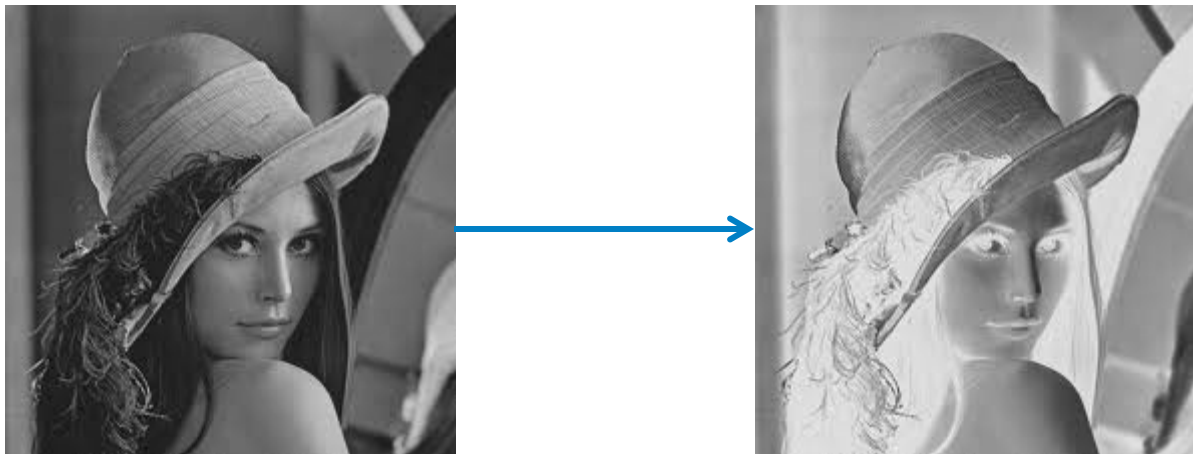


Еще примеры

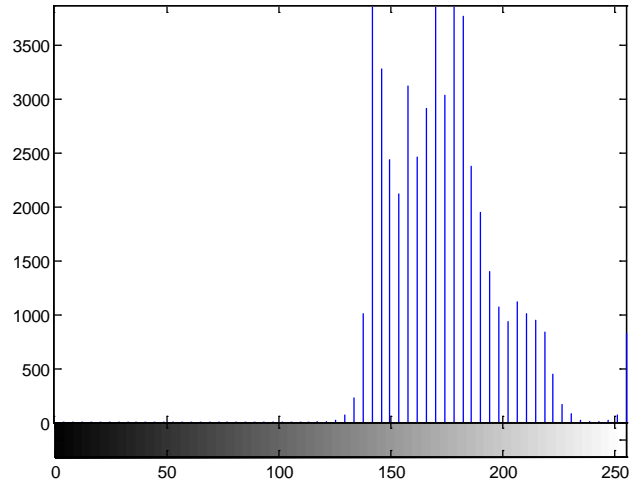
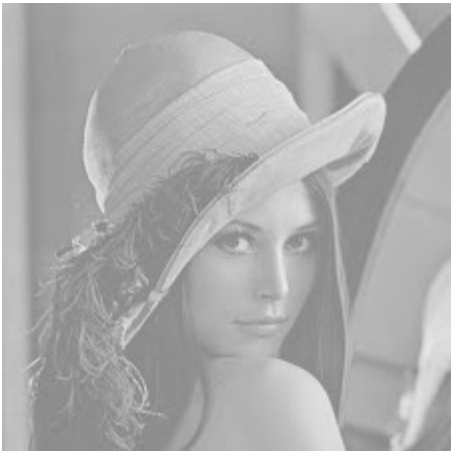
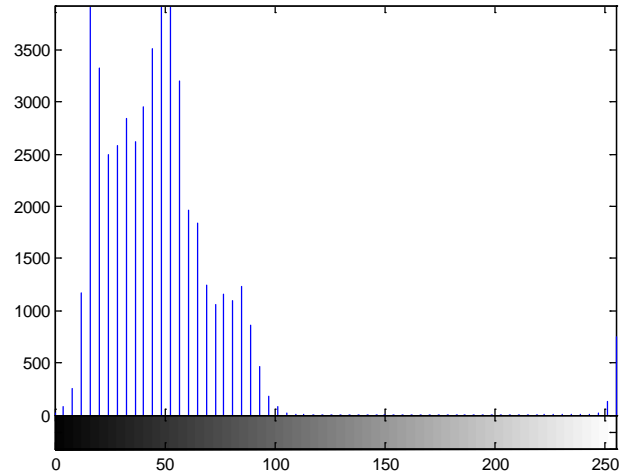
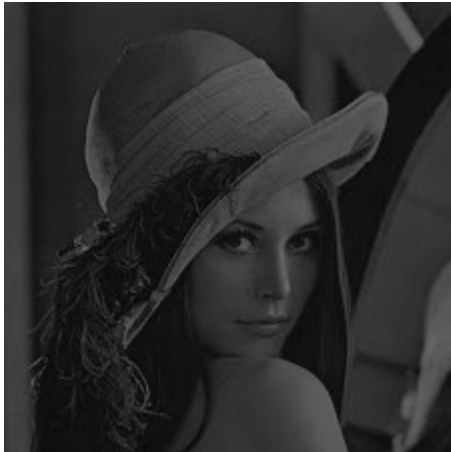


Обработка в пространственной области

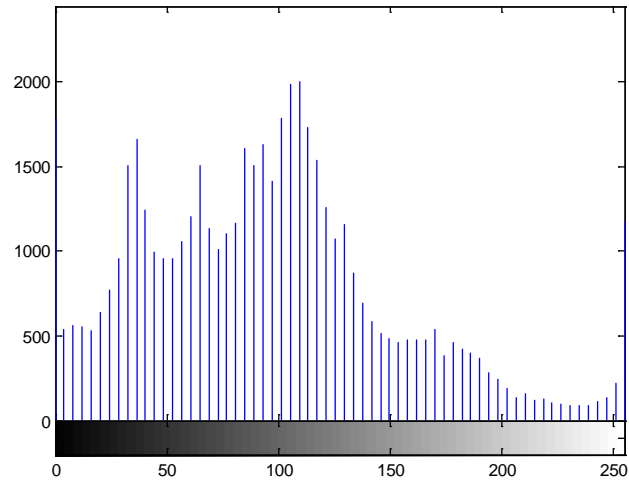
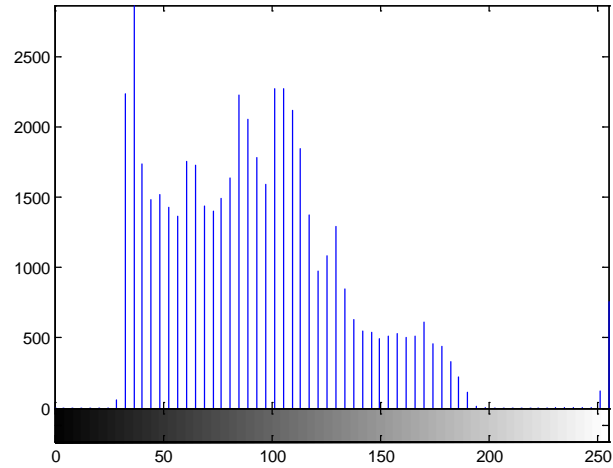
- Обработка в пространственной области – манипулирование пикселями изображения
 - Например, инвертирование



Гистограммы



Гистограммы

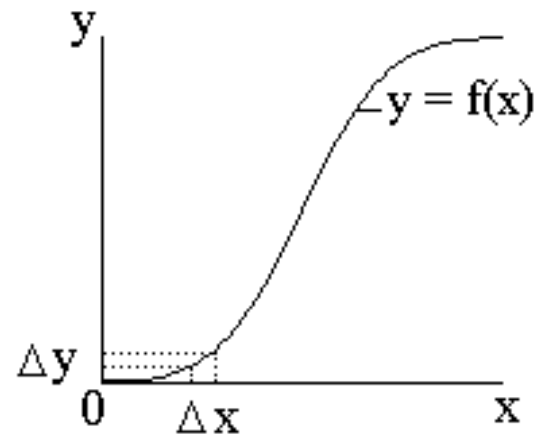


Гистограммы - коррекция

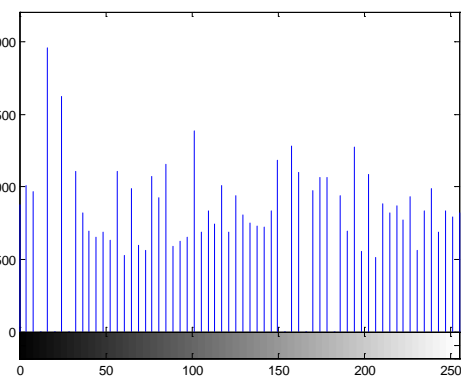
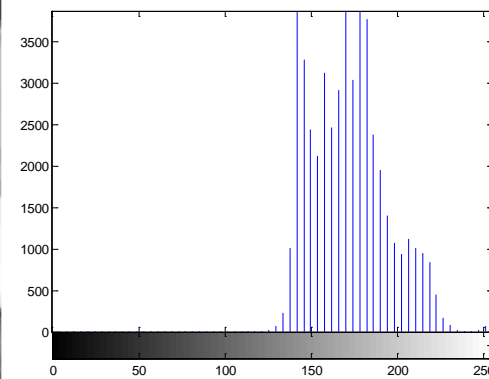
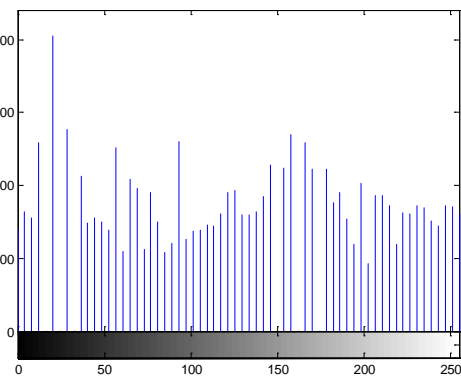
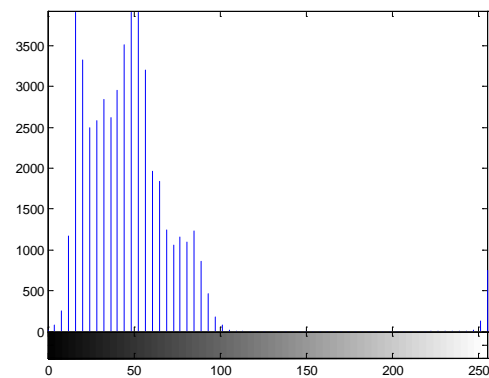
- Линейное преобразование – линейное «растяжение» гистограммы, устойчивое растяжение
- Нелинейное преобразование
 - Эквиализация (линеаризция) гистограммы

$$p_x(x_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

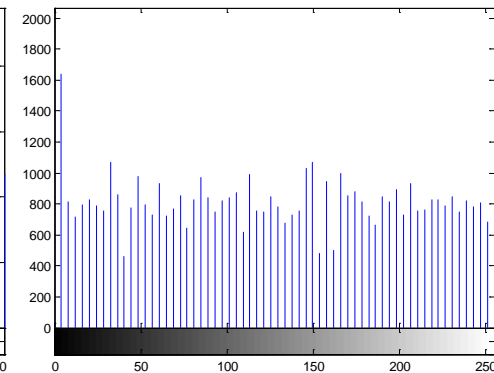
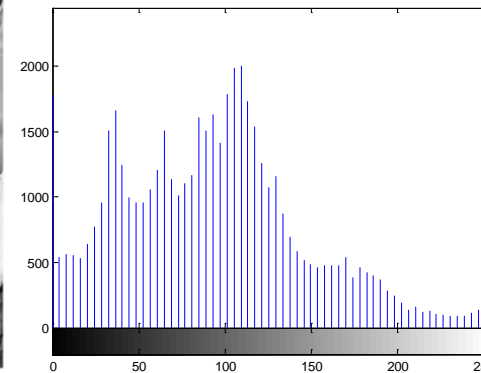
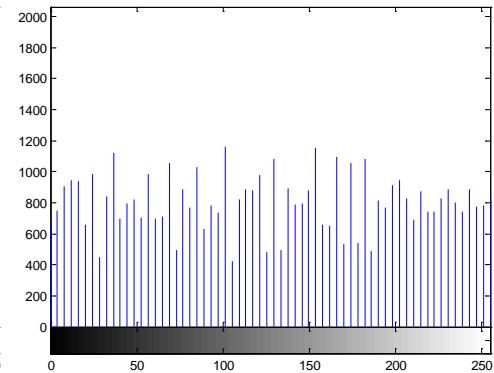
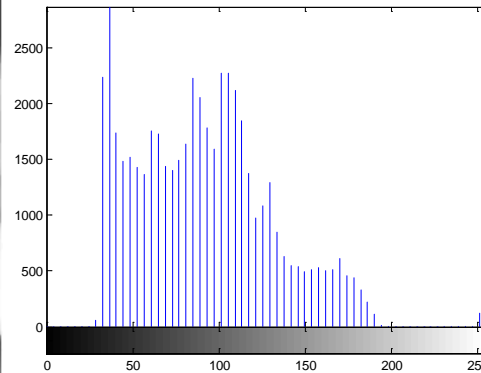
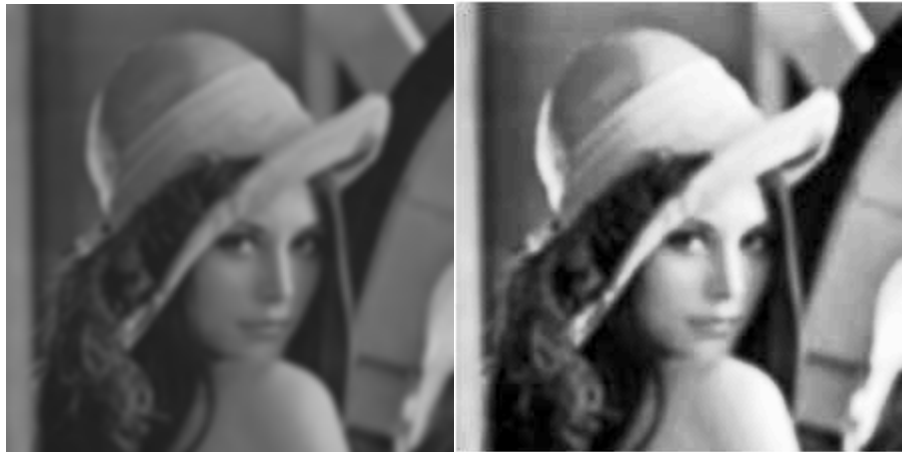
$$y_k = f(x_k) = \sum_{i=0}^k p_x(x_i) = \sum_{i=0}^k \frac{n_i}{n}$$



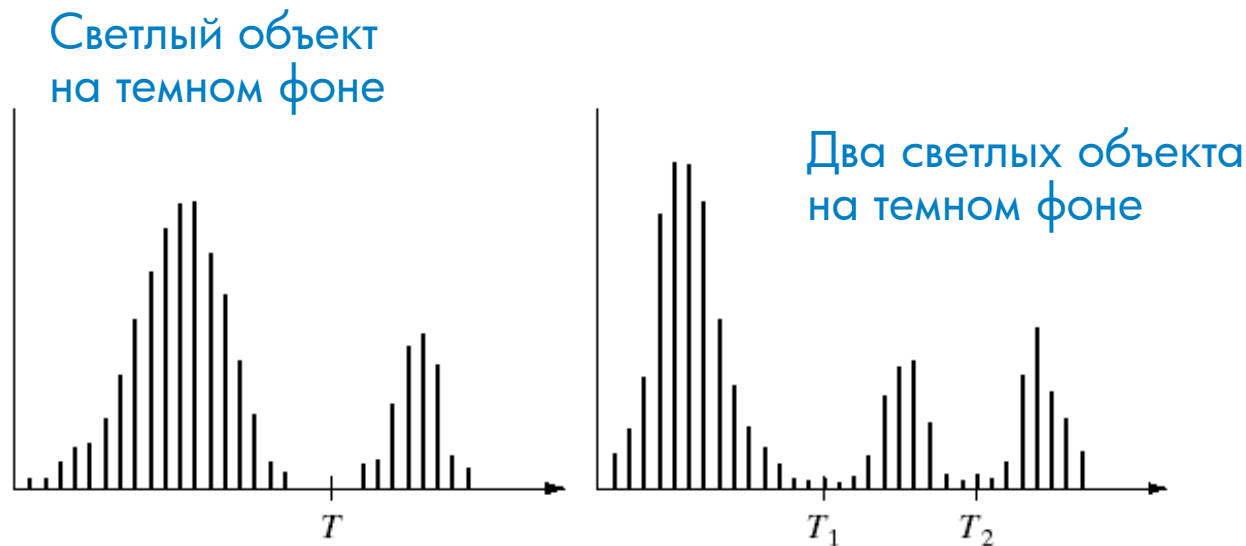
Результат эквализации гистограммы



Результат эквализации гистограммы



Пороговая бинаризация



a b

(a) Gray-level histograms that can be partitioned by (a) a single threshold, and (b) multiple thresholds.

Глобальная – порог единый для всех точек изображения

Локальная или **Динамическая** – когда порог зависит от координат точки (x, y)

Адаптивная – когда порог зависит от значения яркости в точке $I(x, y)$

Глобальная бинаризация

- Выбор порога вручную
- Выбор порога автоматически
 1. Случайно выбрать начальное значение порога T_0
 2. Сегментировать изображение по порогу T_0 : регионы $G1$ и $G2$ из пикселей со значениями $>T_0$ и $\leq T_0$
 3. Вычислить средние значения $\mu1$ and $\mu2$ для регионов $G1$ and $G2$
 4. $T_1 = 0.5 (\mu1 + \mu2)$
 5. Повторять пока $|T_i - T_{i+1}| < T_{th}$



Примеры бинаризации

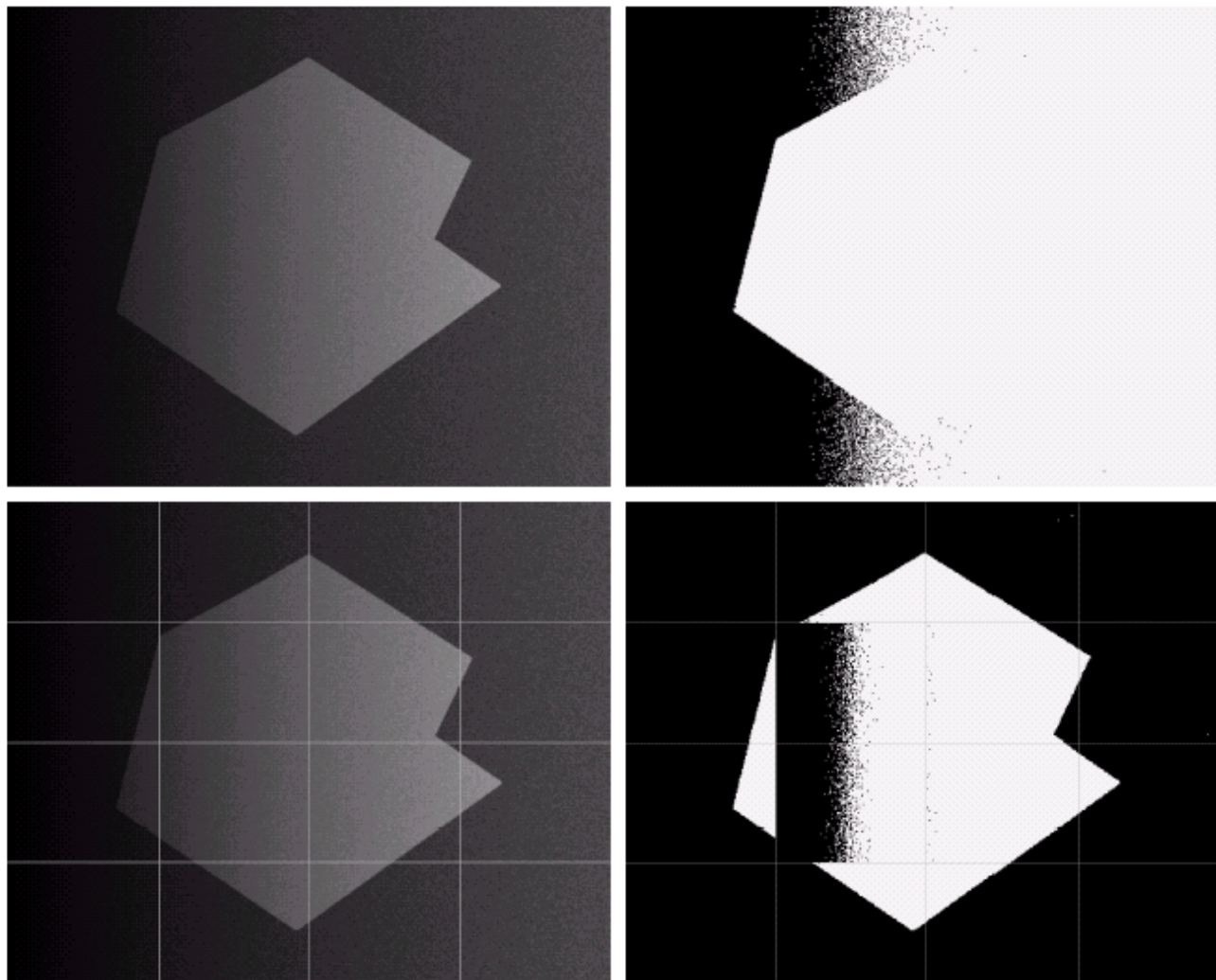
a b
c d

FIGURE 10.30

(a) Original image. (b) Result of global thresholding.

(c) Image subdivided into individual subimages.

(d) Result of adaptive thresholding.

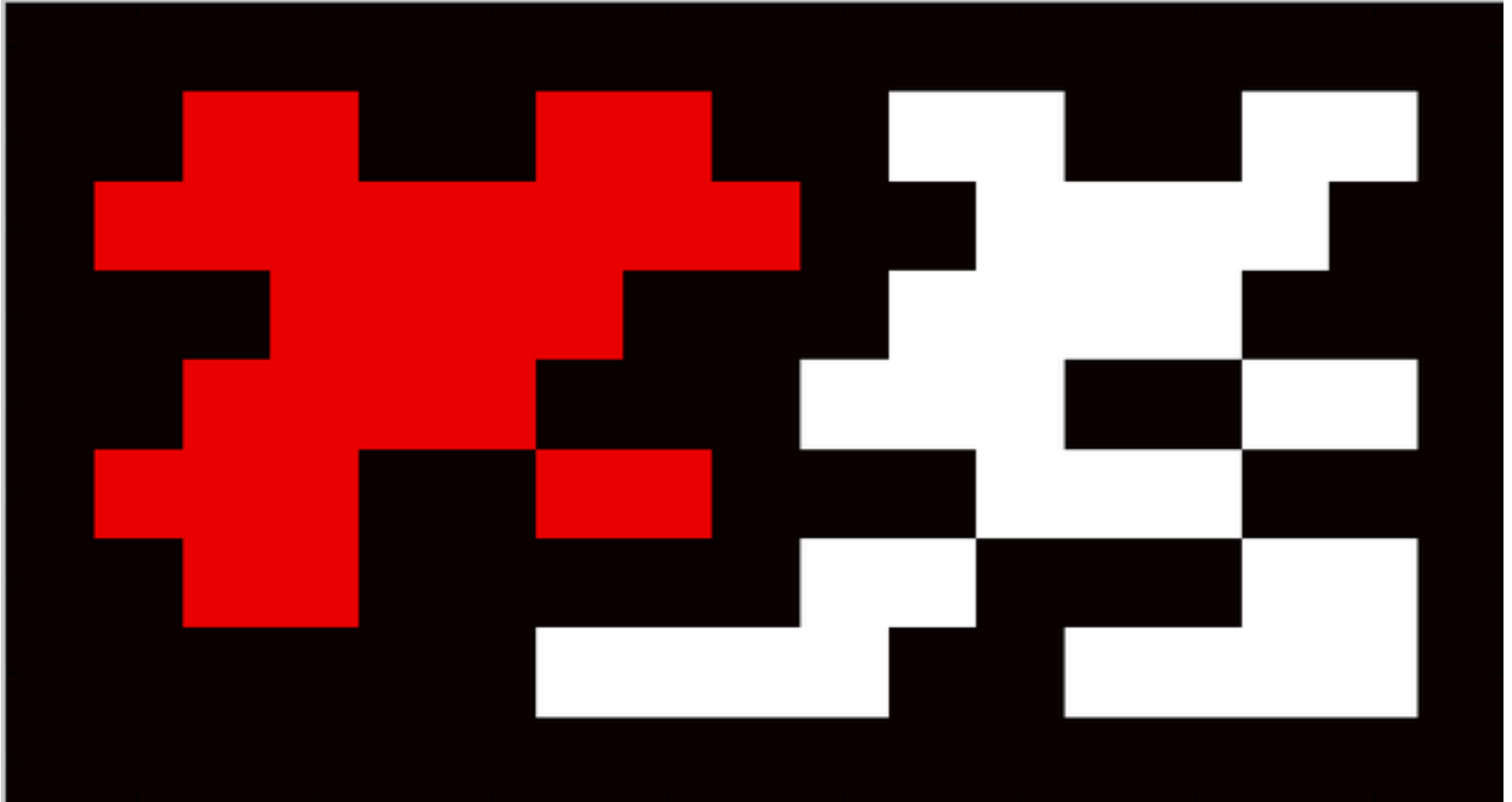


Выделение компонент связности

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 4 | 4 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 6 | 5 | 3 | 0 | 0 | 7 | 3 | 3 | 3 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



Компоненты связности



Фильтрация (свертка изображения с фильтром)

Операция свертки:

f – изображение

w – ядро, фильтр

g – результат свертки $f * w$

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)$$

Свойства:

- КОММУТАТИВНОСТЬ:

$$f * w = w * f$$

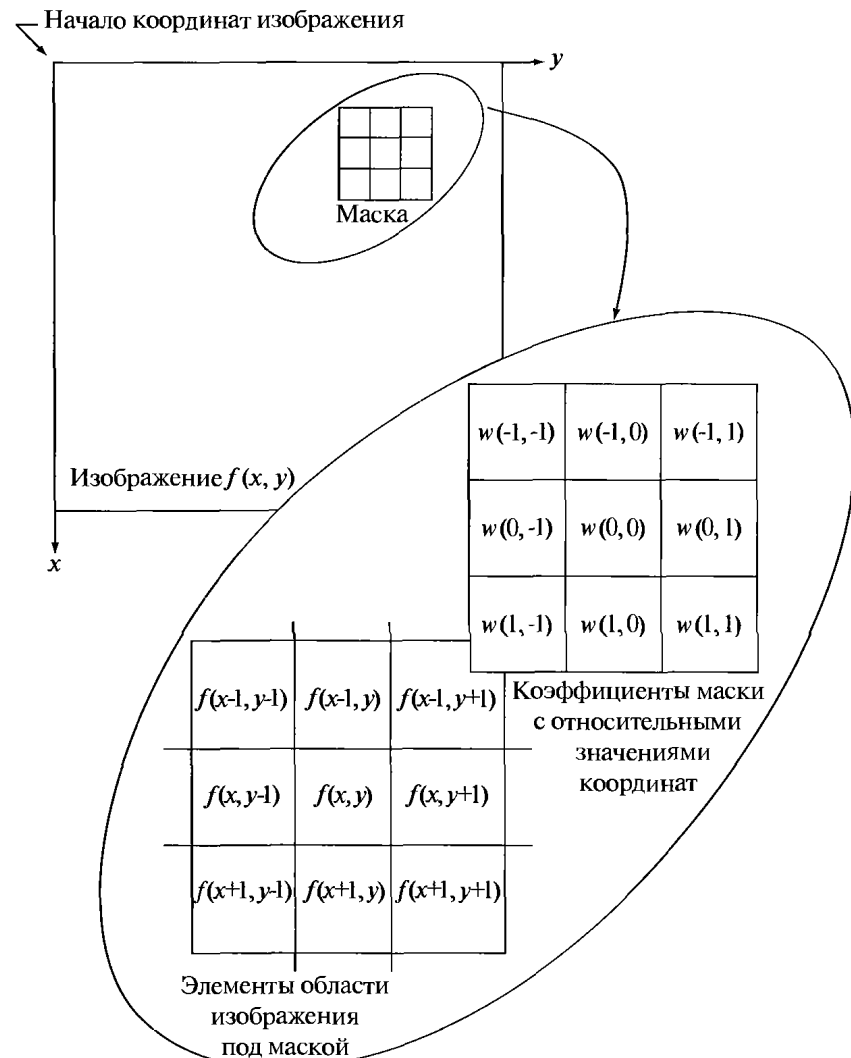
- АССОЦИАТИВНОСТЬ:

$$f * (w1 * w2) = (f * w1) * w2$$

- ДИСТРИБУТИВНОСТЬ ПО СЛОЖЕНИЮ:

$$f * (w1 + w2) = f * w1 + f * w2$$

- $kf * w = f * kw = k(f * w)$



Теорема о свертке

$$g = f * h$$

implies

$$G = F H$$

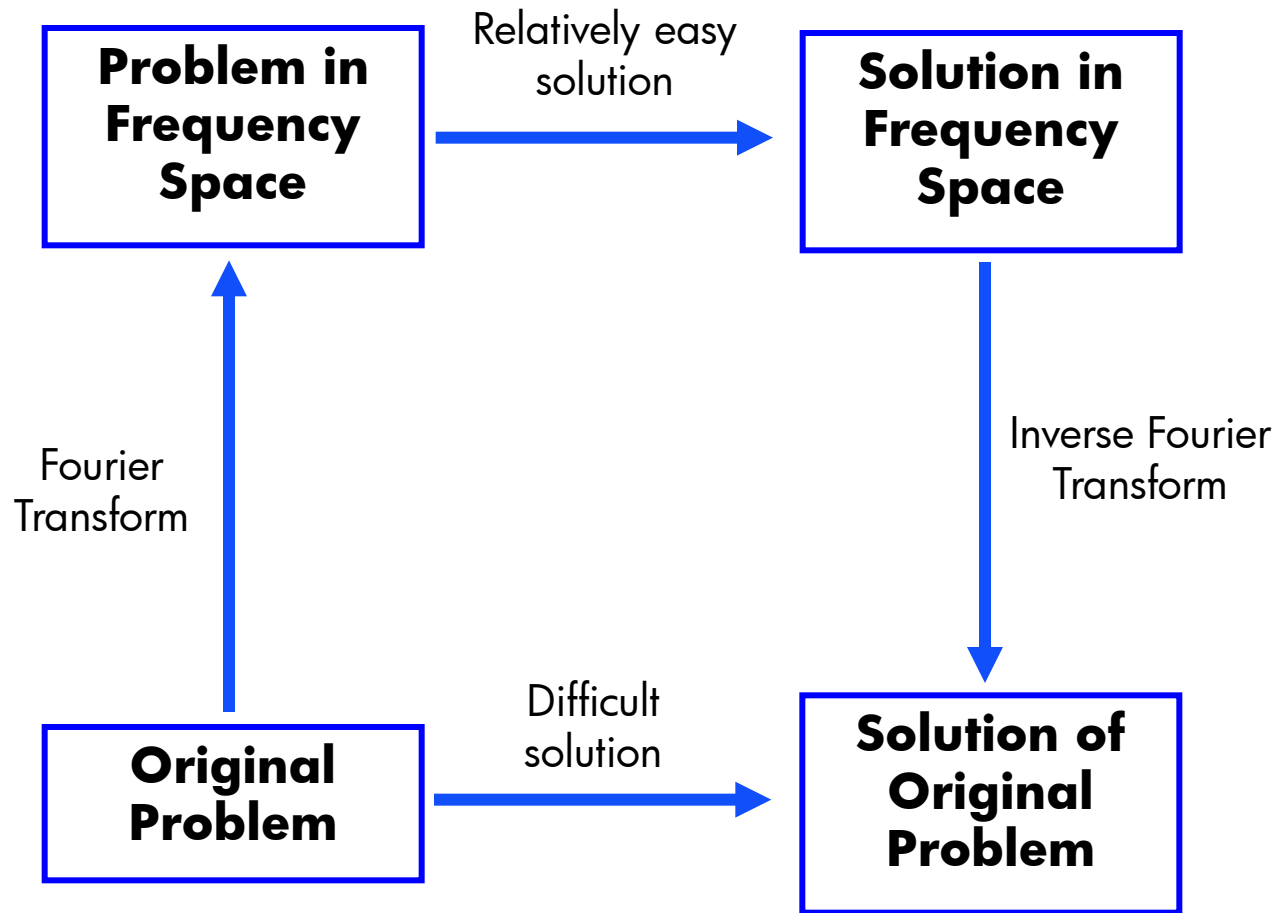
$$g = f h$$

implies

$$G = F * H$$



Теорема о свертке



Сглаживание

- Линейные усредняющие фильтры – удаление «случайного шума»

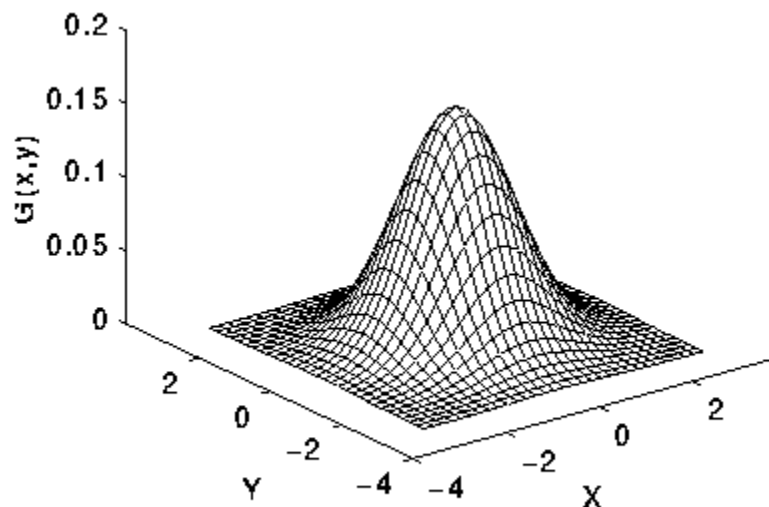
$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

- Фильтры, основанные на порядковых статистиках
 - Медианный фильтр (подавление шума «соль и перец»)

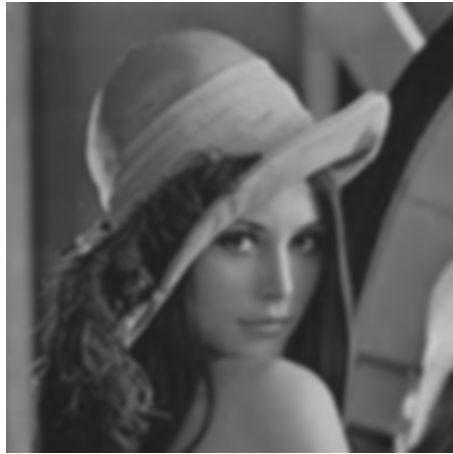
Сглаживание фильтром Гаусса

Свертка с ядром Гаусса

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Сглаживание фильтром Гаусса: пример



Sigma = 1.4
Size = 5

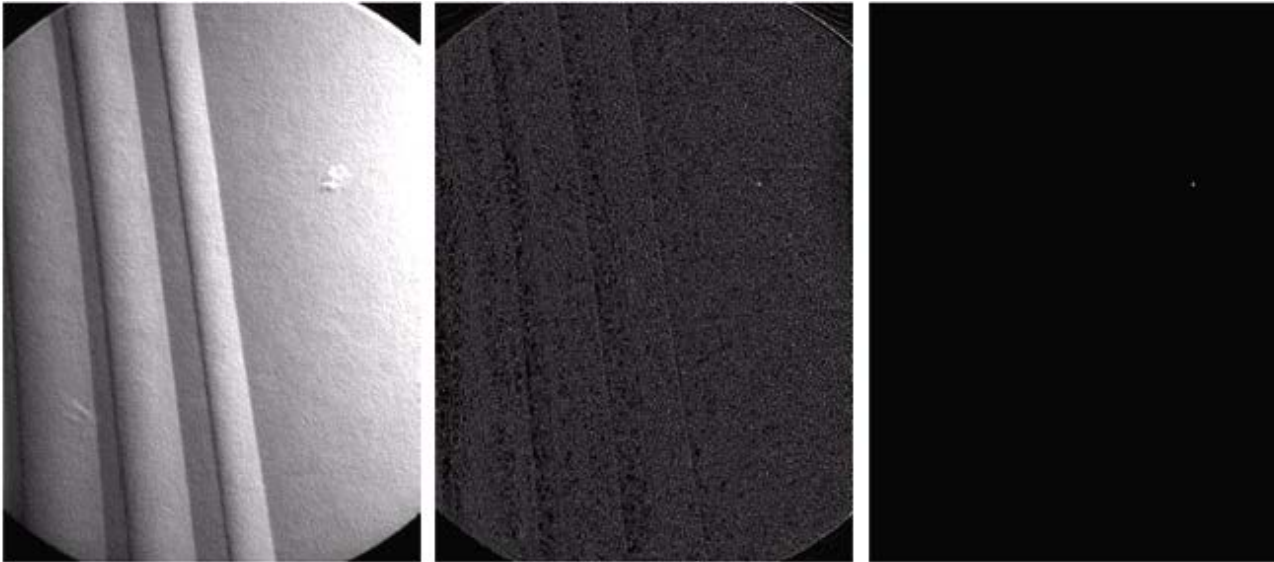


Sigma = 2.8
Size = 10

Выделение деталей

A point has been detected if $|g| \geq T$,

- T is a nonnegative threshold

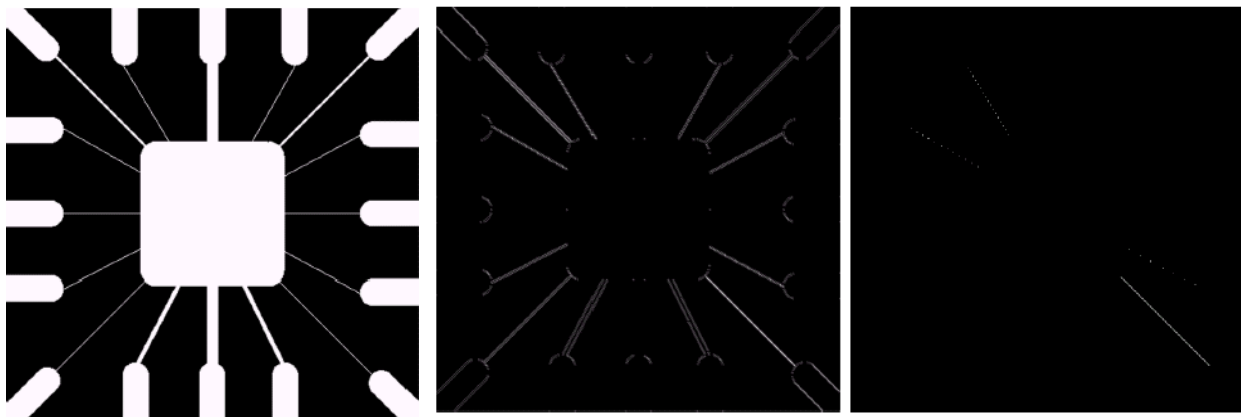


| | | |
|----|----|----|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 8 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

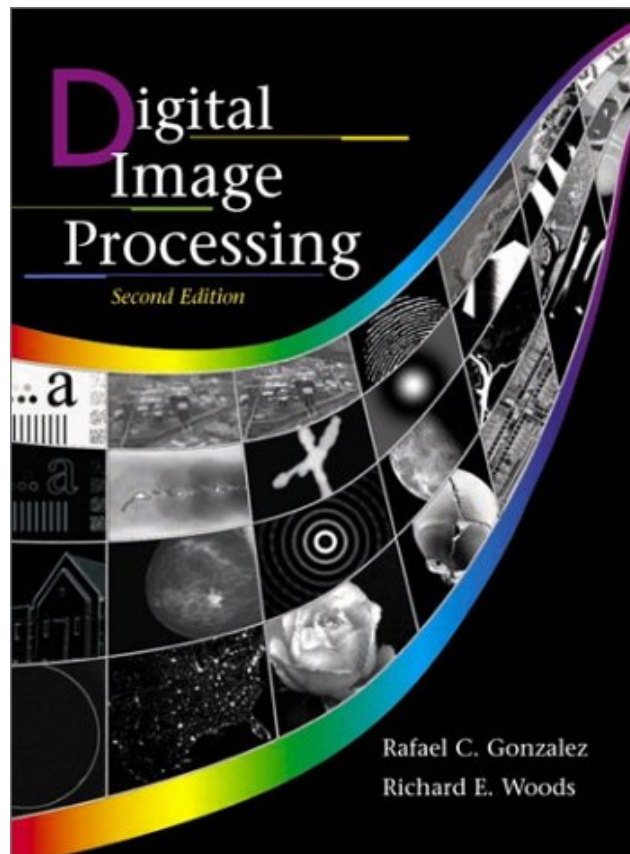
Обнаружение линий

| | | | | | | | | | | | |
|------------|----|----|------|----|----|----------|---|----|------|----|----|
| -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 2 | -1 | 2 | -1 | 2 | -1 | -1 |
| 2 | 2 | 2 | -1 | 2 | -1 | -1 | 2 | -1 | -1 | 2 | -1 |
| -1 | -1 | -1 | 2 | -1 | -1 | -1 | 2 | -1 | -1 | -1 | 2 |
| Horizontal | | | +45° | | | Vertical | | | -45° | | |

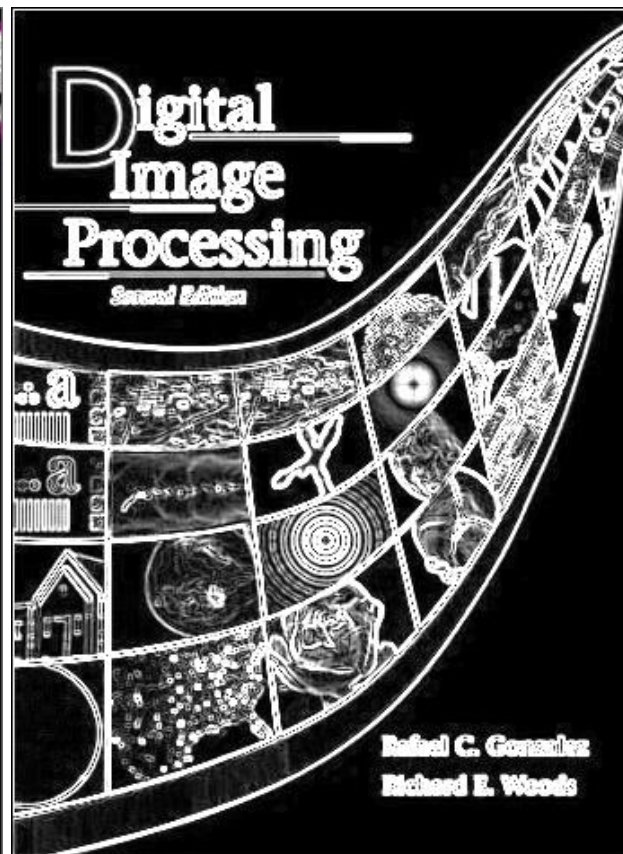
- If $|g_i| > |g_j|$ for all $j \neq i$ – the point is within line i .
- Use one mask to detect lines of a given direction



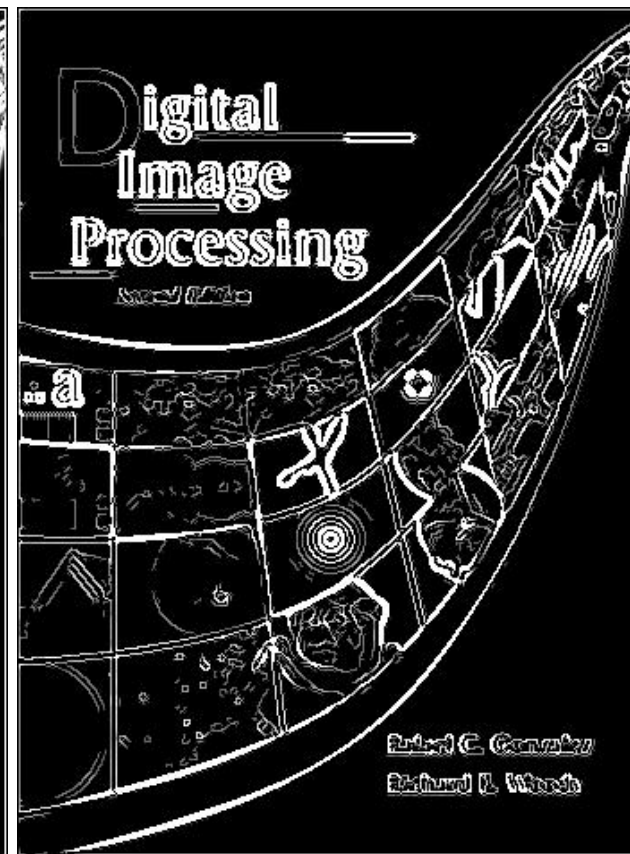
Выделение границ: примеры



Исходное



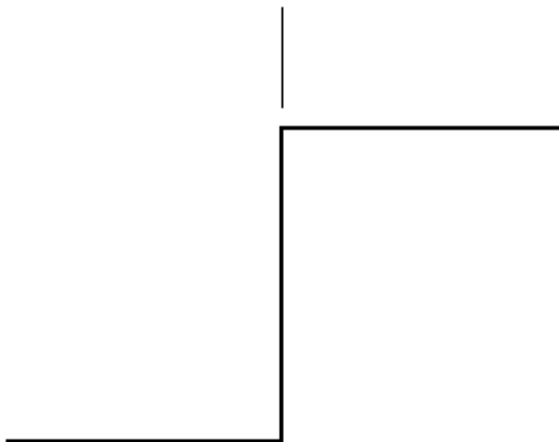
Sobel



Canny

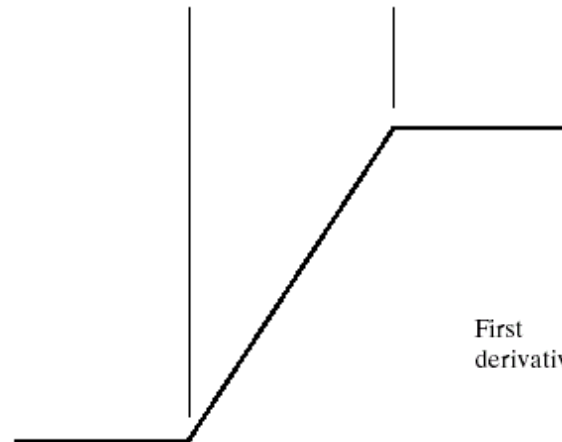
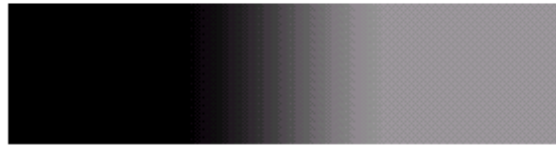
Обнаружение границ

Model of an ideal digital edge



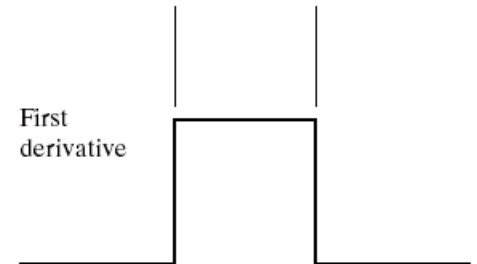
Gray-level profile of a horizontal line through the image

Model of a ramp digital edge

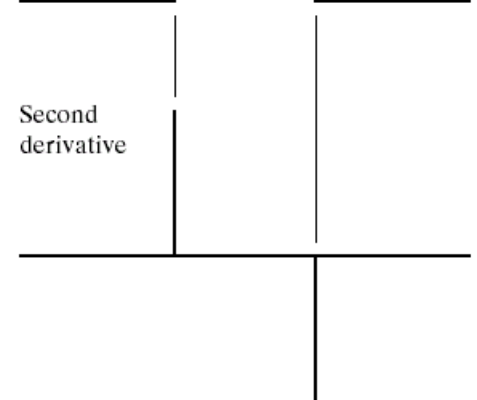


Gray-level profile of a horizontal line through the image

First derivative



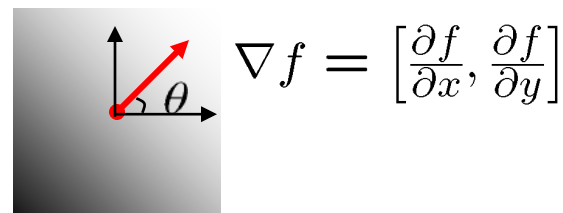
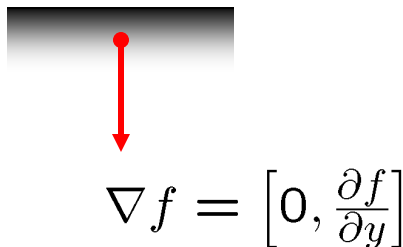
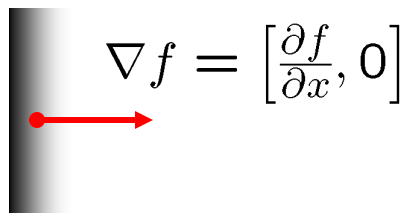
Second derivative



Градиент изображения

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

Градиент направлен в сторону наибольшего изменения интенсивности



Направление градиента:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x} \right)$$

Величина градиента:

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2}$$

Вычисление градиента изображения

Дискретный случай:

$$\frac{\partial f}{\partial x}[x, y] \approx f[x + 1, y] - f[x, y]$$

| | | |
|-------|-------|-------|
| z_1 | z_2 | z_3 |
| z_4 | z_5 | z_6 |
| z_7 | z_8 | z_9 |

Roberts:

$$G_x = (z_9 - z_5)$$

$$G_y = (z_8 - z_6)$$

| | | | |
|----|---|---|----|
| -1 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |

Prewitt:

$$G_x = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$G_y = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

| | | | | | |
|----|----|----|----|---|---|
| -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 1 |

Sobel:

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$G_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

| | | | | | |
|----|----|----|----|---|---|
| -1 | -2 | -1 | -1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | -2 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 |



Пример



| | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |

FIGURE 10.10
(a) Original image. (b) $|G_x|$, component of the gradient in the x -direction. (c) $|G_y|$, component in the y -direction. (d) Gradient image, $|G_x| + |G_y|$.

Обнаружение контуров: вычисление производных

Вычисление второй производной: Лапласиан

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

- Маски Лапласиана:

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 0 | -1 | 0 | -1 | -1 | -1 |
| -1 | 4 | -1 | -1 | 8 | -1 |
| 0 | -1 | 0 | -1 | -1 | -1 |

$$\nabla^2 f = 4z_5 - (z_2 + z_4 + z_6 + z_8)$$

$$\nabla^2 f = 8z_5 - (z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9)$$





Повышение резкости

Что теряется при сглаживании?



-



=



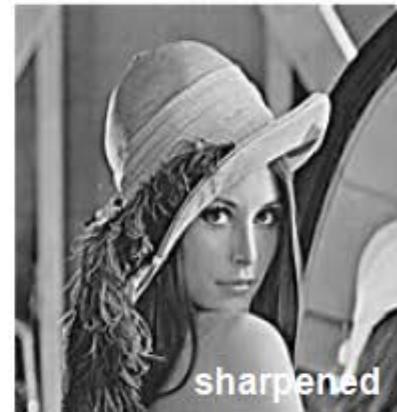
Добавим дополнительно высокие частоты:



+ α



=





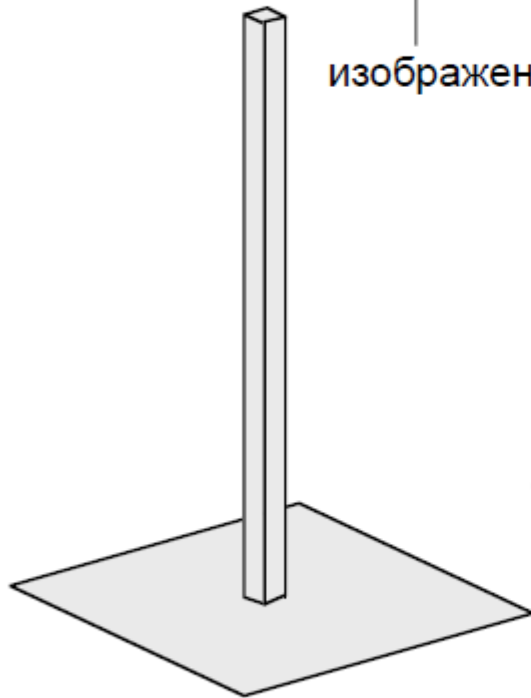
Фильтр Unsharp

$$f + \alpha(f - f * g) = (1 + \alpha)f - \alpha f * g = f * ((1 + \alpha)e - \alpha g)$$

↑
изображение

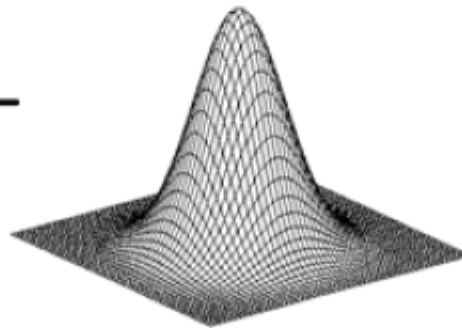
↑
сглаженное
изображение

↑
Единичный
Фильтр



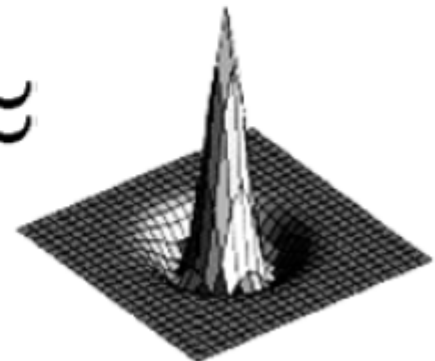
Единичный фильтр

—



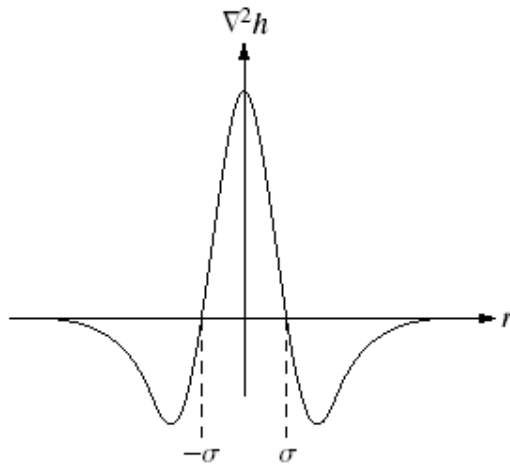
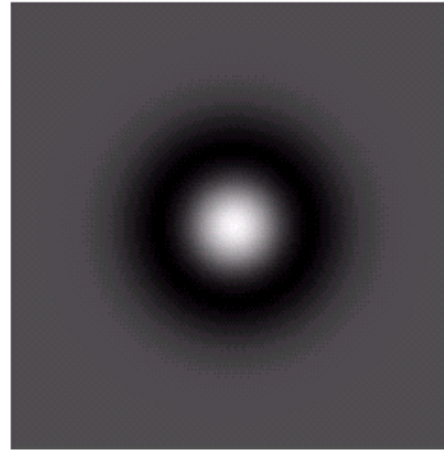
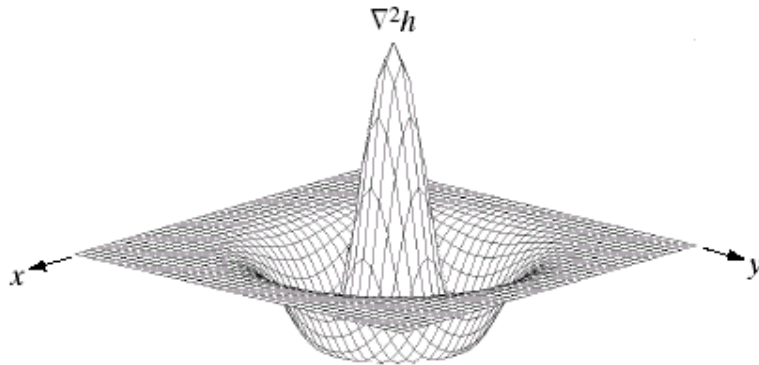
Гауссов

≈



Лапласиан гауссиана

Mexican hat



| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | -2 | -1 | 0 |
| -1 | -2 | 16 | -2 | -1 |
| 0 | -1 | -2 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |

a b
c d

FIGURE 10.14

Laplacian of a Gaussian (LoG).
 (a) 3-D plot.
 (b) Image (black is negative, gray is the zero plane, and white is positive).
 (c) Cross section showing zero crossings.
 (d) 5×5 mask approximation to the shape of (a).

Заключение

- Пространственная область
- Частотная область, преобразование Фурье, теорема о свертке
- Обработка в пространственной и частотной областях
 - Гистограммы, бинаризация, выделение связных компонент, сглаживание, повышение резкости, выделение контуров

