

Задачи к лекции 4.

8. Имеется два игрока, которым нужно разделить 100 долларов. Игрок 1 предлагает сумму $x \in [0, 100]$ игроку 2. Если игрок 2 соглашается, то он получает x , а игрок 1 получает $100 - x$. Если он не соглашается, то оба получают по 0. Найдите все равновесия по Нэшу в этой игре.

9. Рассматриваем игру с постройкой магазинов, которая описывалась на занятии: жители города равномерно распределены по отрезку $[A, B]$. n игроков выбирают места для постройки своих магазинов. Выигрыш игрока равен мере множества людей, для которых его магазин является ближайшим (люди, для которых несколько магазинов являются ближайшими, "делятся" поровну между этими магазинами).

а) Пусть $n = 4$. Найдите все равновесия по Нэшу.

б) Пусть $n = 5$. Найдите все равновесия по Нэшу.

в) Найдите все значения n , для которых в игре нет равновесия по Нэшу.

10. Рассмотрим игру из предыдущей задачи в пространстве большей размерности.

а) Существует ли такое множество ненулевой меры (вместо отрезка $[A, B]$), чтобы для $n = 3$ было равновесие по Нэшу?

б) Существует ли такое выпуклое множество?

11. Рассматриваем аукцион первой цены, на котором разыгрываются две единицы товара. То есть сначала человек, назначивший максимальную цену, покупает товар по этой цене, затем тот, кто назначил вторую по величине цену, покупает второй экземпляр товара по этой цене. Найдите хотя бы одно равновесие по Нэшу в данной игре.

Считаем, что игрок i оценивает для себя товар величиной a_i . Если игрок i купил единицу товара по цене p , то его выигрыш в этой игре равен $a_i - p$. Игрок, не купивший товар, получает нулевой выигрыш.