Домашнее задание

12. Найти все ситуации равновесия в игре

$$\begin{pmatrix} (0,0) & (2,2) \\ (1,1) & (0,0) \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание

13. Найти все ситуации равновесия в игре

$$\begin{pmatrix} (0,0) & (5,4) & (4,5) \\ (4,5) & (0,0) & (5,4) \\ (5,4) & (4,5) & (0,0) \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание

14. Найти все ситуации равновесия в игре трех лиц, в которой игрок 1 выбирает строку, игрок 2 выбирает столбец. а игрок 3 выбирает матрицу.

$$\begin{pmatrix} (0,0,0) & (6,5,4) \\ (5,4,6) & (0,0,0) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} (4,6,5) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) \end{pmatrix}$$

Домашнее задание

15. В игре трех лиц

$$\begin{pmatrix} 1,1,1 & 4,4,0 \\ 3,2,2 & 3,2,2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1,1,1 & 0,0,4 \\ 0,0,0 & 0,0,0 \end{pmatrix}$$

найти ситуации совершенного и несовершенного равновесия в чистых стратегиях.

Домашнее задание

16. В игре трех лиц

$$\begin{pmatrix} 1,1,1 & 1,0,1 \\ 1,1,1 & 0,0,1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1,1,0, & 0,0,0 \\ 0,1,0 & 1,0,0 \end{pmatrix}$$

найти все ситуации равновесия. Какие из них являются ситуациями совершенного равновесия?

Домашнее задание

17. Докажите, что в любой конечной бескоалиционной игре существует ситуация совершенного равновесия (в смешанных стратегиях).

Домашнее задание

18. Рассматривается позиционная игра. Докажите, что для того чтобы смешанная стратегия μ_i игрока *i* была эквивалентна его соответствующей стратегии поведения β_i^μ необходимо и достаточно, чтобы игрок *i* имел в игре полную память. (Теорема Куна о полной памяти).

Динамические игры

Динамическая игра - это последовательность одинаковых игр.

Важные моменты:

Динамические игры

Динамическая игра - это последовательность одинаковых игр.

Важные моменты:

- Длительность

Динамические игры

Динамическая игра - это последовательность одинаковых игр.

Важные моменты:

- Длительность
- Наблюдения

Динамические игры

Динамическая игра - это последовательность одинаковых игр.

Важные моменты:

- Длительность
- Наблюдения
- Стратегии

Динамические игры

Динамическая игра - это последовательность одинаковых игр.

Важные моменты:

- Длительность
- Наблюдения
- Стратегии
- Выигрыши

Бесконечное количество повторений

Несколько вариантов определить выигрыши:

Бесконечное количество повторений

Несколько вариантов определить выигрыши:

- Предел среднего выигрыша: $\lim\limits_{T\to\infty}\left(\sum\limits_{t=1}^{T} u_i(t)/T\right)$

Бесконечное количество повторений

Несколько вариантов определить выигрыши:

- Предел среднего выигрыша: $\lim_{T\to\infty}\left(\sum_{t=1}^{T} u_i(t)/T\right)$
- Нижний предел выигрыша

Бесконечное количество повторений

Несколько вариантов определить выигрыши:

- Предел среднего выигрыша: $\lim_{T\to\infty}\left(\sum_{t=1}^{T} u_i(t)/T\right)$
- Нижний предел выигрыша
- Используем дисконтирующий множитель $\delta \in (0,1)$:

$$(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u_i(t).$$

Бесконечное количество повторений

Несколько вариантов определить выигрыши:

- Предел среднего выигрыша: $\lim\limits_{T\to\infty}\left(\sum\limits_{t=1}^{T} u_i(t)/T\right)$
- Нижний предел выигрыша
- Используем дисконтирующий множитель $\delta \in (0,1)$:

$$(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u_i(t).$$

При $\delta = 0$ получаем однократную игру.
При $\delta = 1$ получаем сумму выигрышей.

Пример: дилемма заключенного

$$\begin{pmatrix} -1, -1 & -10, 0 \\ 0, -10 & -9, -9 \end{pmatrix}.$$

"Очень много" vs "бесконечно"

Почему результаты для очень большого (но конечного!) и для бесконечного числа повторений так отличаются?

”Очень много” vs ”бесконечно”

Почему результаты для очень большого (но конечного!) и для бесконечного числа повторений так отличаются?

Слишком много предположений о рациональности и точное знание момента конца игры.

Folk theorem

Обозначения: пусть G - игра, $P(G)$ - выпуклая оболочка множества исходов G, $G^{\infty}(\delta)$ - суперигра с дисконтирующим множителем δ. Пусть α_i - гарантированный выигрыш i-того игрока в игре G. Тогда верна теорема

Folk theorem

Обозначения: пусть G - игра, $P(G)$ - выпуклая оболочка множества исходов G, $G^{\infty}(\delta)$ - суперигра с дисконтирующим множителем δ. Пусть α_i - гарантированный выигрыш i-того игрока в игре G. Тогда верна теорема

Теорема (Folk theorem for Nash equilibrium)

Пусть вектор $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in P(G)$ таков, что $x_i \geq \alpha i$ для $i = 1, 2$. Тогда существует такое $0 < \delta < 1$, что в игре $G^{\infty}(\delta)$ есть равновесие по Нэшу с выигрышами $\mathbf{x}$.

Эволюционная теория игр

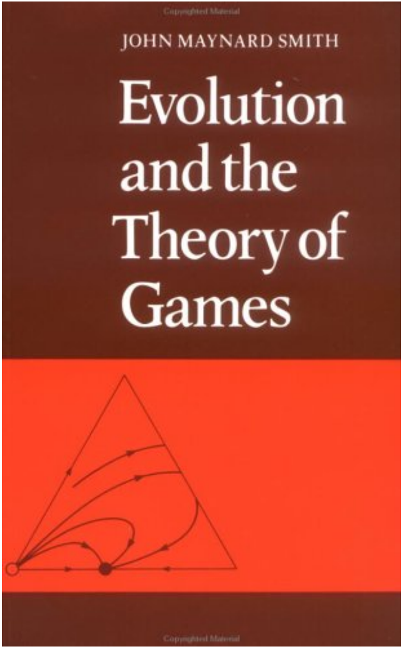
- Совершенное равновесие

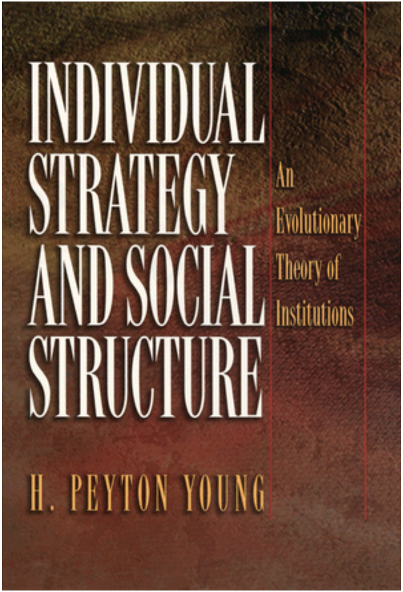
Эволюционная теория игр

- Совершенное равновесие
- Эволюционная устойчивость

Эволюционная теория игр

- Совершенное равновесие
- Эволюционная устойчивость
- Стохастическая устойчивость


Copyrighted Material
JOHN MAYNARD SMITH
Evolution and the Theory of Games
Copyrighted Material


INDIVIDUAL STRATEGY AND SOCIAL STRUCTURE
An Evolutionary Theory of Institutions
H. PEYTON YOUNG

Симметричные игры

Игра называется симметричной, если матрица игры симметрична.

Симметричные игры

Игра называется симметричной, если матрица игры симметрична.

Теорема

В симметричной игре существует симметричное равновесие по Нэшу.

Эволюционно устойчивые стратегии

Определение

Стратегия x называется эволюционно устойчивой, если для любой стратегии $y \neq x$ существует такое $\varepsilon_y \in (0,1)$, что для любого $\varepsilon \in (0, \varepsilon_y)$

$$x^T A(\varepsilon y + (1-\varepsilon)x) > y^T A(\varepsilon y + (1-\varepsilon)x)$$

Эволюционно устойчивые стратегии

Определение

Стратегия x называется эволюционно устойчивой, если для любой стратегии $y \neq x$ существует такое $\varepsilon_y \in (0,1)$, что для любого $\varepsilon \in (0, \varepsilon_y)$

$$x^T A(\varepsilon y + (1-\varepsilon)x) > y^T A(\varepsilon y + (1-\varepsilon)x)$$

Теорема

1. *Множество эволюционно устойчивых стратегий конечно.*
2. *Если ЭС стратегия является вполне смешанной, то она единственна*
3. *ЭС стратегий может не быть.*

Пример: Hawk-Dove game

$$\begin{pmatrix} 0,0 & 3,1 \\ 1,3 & 2,2 \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание

19. Рассматривается динамическая игра с матрицей

$$\begin{pmatrix} -1,-1 & -10,0 \\ 0,-10 & -9,-9 \end{pmatrix}.$$

Известно, что если сейчас *k*-тый ”тур” игры, то с вероятностью *p* игра заканчивается (для каждого значения *k*). При каких *p* существует равновесие, отличное от того, когда оба игрока всегда выбирают ”некооперативную” стратегию 2?

Домашнее задание

20. Докажите, что количество эволюционно устойчивых стратегий является конечным для любой (симметричной) игры.

Домашнее задание

21. Найдите все эволюционно устойчивые стратегии в игре с матрицей

$$\begin{pmatrix} 1,1 & 4,0 \\ 0,4 & 2,2 \end{pmatrix}.$$